

Выбранный МК: Atmega32.

Частота работы АЦП: 200 кГц.

Преобразование - 13 тактов (второе и последующие преобразования).

Следовательно: $200\text{кГц}/13 = 15.384\text{ кГц}$ - частота дискретизации.

Верхняя частота (по теореме Котельникова) получается $15.384 / 2 = 7.692\text{ кГц}$.

Количество отсчетов: $N = 64$. Следовательно, шаг расчета частот будет равен: $15.384 / 64 = 240,375\text{ Гц}$.

Количество рассчитанных частот: $64/2=32$.

$$f_1 = 240,375\text{ Гц} * 1 = 240,375\text{ Гц}$$

$$f_2 = 240,375\text{ Гц} * 2 = 480,75$$

$$f_3 = 240,375\text{ Гц} * 3 = 721,125$$

$$f_4 = 240,375\text{ Гц} * 4 = 961,5$$

$$f_5 = 240,375\text{ Гц} * 5 = 1201,875$$

$$f_6 = 240,375\text{ Гц} * 6 = 1442,25$$

$$f_7 = 240,375\text{ Гц} * 7 = 1682,625$$

$$f_8 = 240,375\text{ Гц} * 8 = 1923$$

$$f_9 = 240,375\text{ Гц} * 9 = 2163,375$$

$$f_{10} = 240,375\text{ Гц} * 10 = 2403,75$$

$$f_{11} = 240,375\text{ Гц} * 11 = 2644,125$$

$$f_{12} = 240,375\text{ Гц} * 12 = 2884,5$$

$$f_{13} = 240,375\text{ Гц} * 13 = 3124,875$$

$$f_{14} = 240,375\text{ Гц} * 14 = 3365,25$$

$$f_{15} = 240,375\text{ Гц} * 15 = 3605,625$$

$$f_{16} = 240,375\text{ Гц} * 16 = 3846$$

$$f_{17} = 240,375\text{ Гц} * 17 = 4086,375$$

$$f_{18} = 240,375\text{ Гц} * 18 = 4326,75$$

$$f_{19} = 240,375\text{ Гц} * 19 = 4567,125$$

$$f_{20} = 240,375\text{ Гц} * 20 = 4807,5$$

$$f_{21} = 240,375\text{ Гц} * 21 = 5047,875$$

$$f_{22} = 240,375\text{ Гц} * 22 = 5288,25$$

$$f_{23} = 240,375\text{ Гц} * 23 = 5528,625$$

$$f_{24} = 240,375\text{ Гц} * 24 = 5769$$

$$f_{25} = 240,375\text{ Гц} * 25 = 6009,375$$

$$f_{26} = 240,375\text{ Гц} * 26 = 6249,75$$

$$f_{27} = 240,375\text{ Гц} * 27 = 6490,125$$

$$f_{28} = 240,375\text{ Гц} * 28 = 6730,5$$

$$f_{29} = 240,375\text{ Гц} * 29 = 6970,875$$

$$f_{30} = 240,375\text{ Гц} * 30 = 7211,25$$

$$f_{31} = 240,375\text{ Гц} * 31 = 7451,625$$

$$f_{32} = 240,375\text{ Гц} * 32 = 7692\text{ Гц}$$

Дискретное преобразование Фурье имеет вид:

$$F[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot \exp(-i \cdot \frac{2 \cdot \pi}{N} \cdot n \cdot k),$$

k=0..N-1;

Формула Эйлера:

$$e^{ix} = \cos(x) + i \cdot \sin(x)$$

$$F[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot [\cos(2 \cdot \pi \cdot n \cdot k / N) - i \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot n \cdot k / N)]$$

В таблицу заносим значения $64 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot n \cdot 1 / N)$ и $64 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot n \cdot 1 / N)$, поскольку работать с плавающей запятой тяжело, округляем до целых:

n	$64 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot n \cdot 1 / N)$	$64 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot n \cdot 1 / N)$	$64 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot n \cdot 1 / N)$ округлено	$64 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot n \cdot 1 / N)$ округлено
0	0,00	64,00	0	64
1	6,27	63,69	6	64
2	12,49	62,77	12	63
3	18,58	61,24	19	61
4	24,49	59,13	24	59
5	30,17	56,44	30	56
6	35,56	53,21	36	53
7	40,60	49,47	41	49
8	45,25	45,25	45	45
9	49,47	40,60	49	41
10	53,21	35,56	53	36
11	56,44	30,17	56	30
12	59,13	24,49	59	24
13	61,24	18,58	61	19
14	62,77	12,49	63	12
15	63,69	6,27	64	6
16	64,00	0,00	64	0
17	63,69	-6,27	64	-6
18	62,77	-12,49	63	-12
19	61,24	-18,58	61	-19
20	59,13	-24,49	59	-24
21	56,44	-30,17	56	-30
22	53,21	-35,56	53	-36
23	49,47	-40,60	49	-41
24	45,25	-45,25	45	-45
25	40,60	-49,47	41	-49
26	35,56	-53,21	36	-53
27	30,17	-56,44	30	-56
28	24,49	-59,13	24	-59
29	18,58	-61,24	19	-61
30	12,49	-62,77	12	-63
31	6,27	-63,69	6	-64
32	0,00	-64,00	0	-64
33	-6,27	-63,69	-6	-64
34	-12,49	-62,77	-12	-63

35	-18,58	-61,24	-19	-61
36	-24,49	-59,13	-24	-59
37	-30,17	-56,44	-30	-56
38	-35,56	-53,21	-36	-53
39	-40,60	-49,47	-41	-49
40	-45,25	-45,25	-45	-45
41	-49,47	-40,60	-49	-41
42	-53,21	-35,56	-53	-36
43	-56,44	-30,17	-56	-30
44	-59,13	-24,49	-59	-24
45	-61,24	-18,58	-61	-19
46	-62,77	-12,49	-63	-12
47	-63,69	-6,27	-64	-6
48	-64,00	0,00	-64	0
49	-63,69	6,27	-64	6
50	-62,77	12,49	-63	12
51	-61,24	18,58	-61	19
52	-59,13	24,49	-59	24
53	-56,44	30,17	-56	30
54	-53,21	35,56	-53	36
55	-49,47	40,60	-49	41
56	-45,25	45,25	-45	45
57	-40,60	49,47	-41	49
58	-35,56	53,21	-36	53
59	-30,17	56,44	-30	56
60	-24,49	59,13	-24	59
61	-18,58	61,24	-19	61
62	-12,49	62,77	-12	63
63	-6,27	63,69	-6	64

В таблице приведены значения для k=1, значения для k=2,3,4..N-1 получим, используя формулы:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Пример:

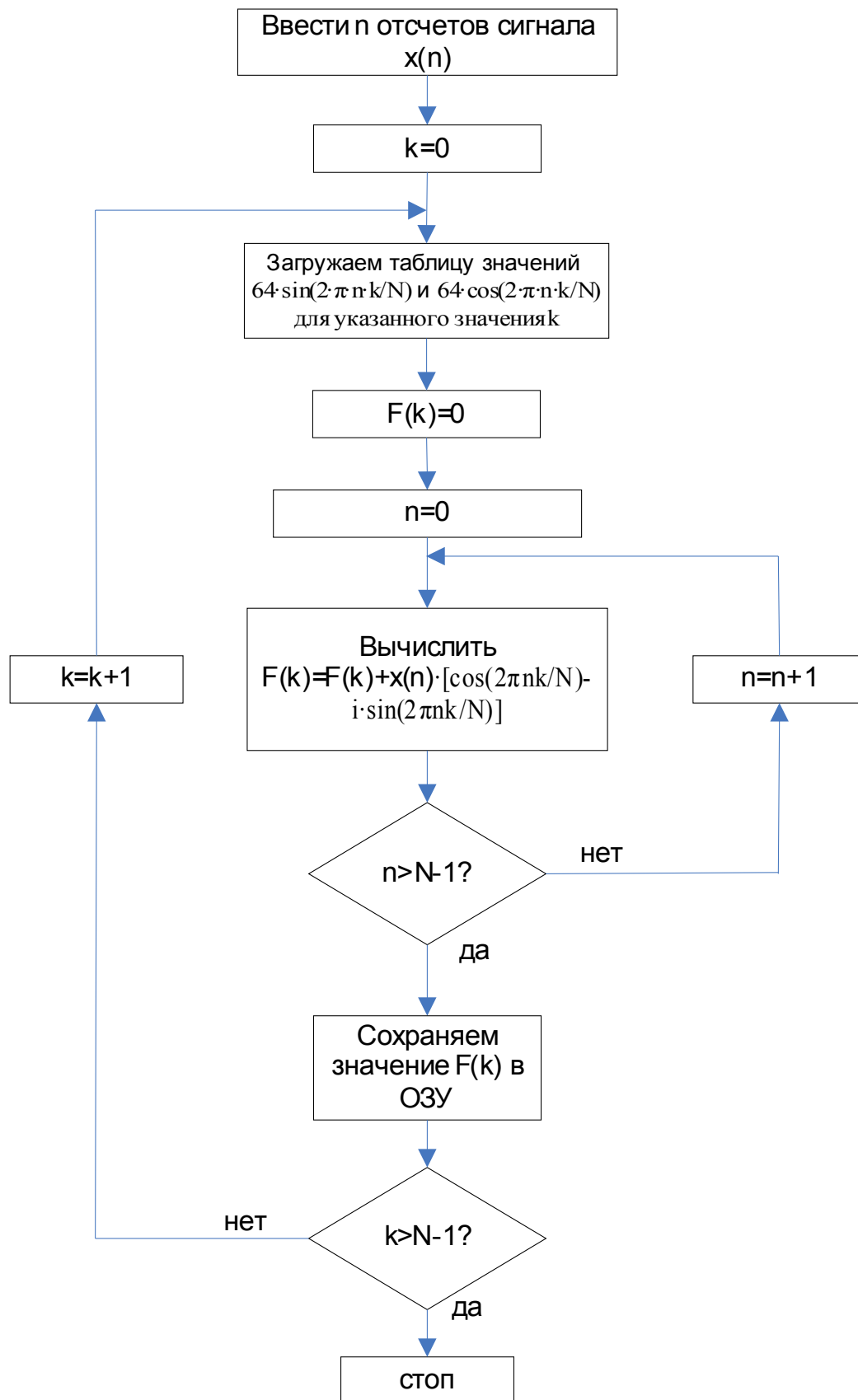
$$\sin\left(\frac{2\pi n \cdot 2}{N}\right) = \sin\left(\frac{2\pi n}{N}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$$

$$\cos\left(\frac{2\pi n \cdot 2}{N}\right) = \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) - \sin\left(\frac{2\pi n}{N}\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$$

$$\sin\left(\frac{2\pi n \cdot 3}{N}\right) = \sin\left(\frac{2\pi n(2+1)}{N}\right) = \sin\left(\frac{2\pi n \cdot 2}{N}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + \cos\left(\frac{2\pi n \cdot 2}{N}\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$$

$$\cos\left(\frac{2\pi n \cdot 3}{N}\right) = \cos\left(\frac{2\pi n(2+1)}{N}\right) = \cos\left(\frac{2\pi n \cdot 2}{N}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) - \sin\left(\frac{2\pi n \cdot 2}{N}\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$$

Алгоритм ДПФ (Дискретного Преобразования Фурье):



Результатом ДПФ является матрица комплексных чисел $F(k)$. Комплексное число состоит из реальной (Real) и мнимой (Imaginary) части. Следовательно, амплитуда $F(k)$ будет иметь вид:

$F(k) = \text{Real} + i \cdot \text{Imaginary}$, где i – мнимая единица.

$$|F(k)| = \sqrt{\text{Real}^2 + \text{Imaginary}^2}$$

«Если мы рассчитаем ДПФ для всех k , мы получим массив из N элементов, которые будут иметь нужные нам значения (амплитуды) в первой половине $[0..N/2-1]$ массива. Вторая половина $[N/2..N-1]$, является

зеркальным отражением первой. Это получается за счет математической симметрии ДПФ. Из-за чего рассчитывать вторую половину нет необходимости».