

Управление общего и профессионального образования Администрации города Чайковского
с прилегающей территорией Пермского края
Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа с. Сосново»
г. Чайковский Пермский край

Математический кружок

В помощь изучающим системы счисления

**Часть 1.
Учебное пособие**

238-027-672

Меджитова Галина Анатольевна
учитель математики
МОУ СОШ с. Сосново
г. Чайковский Пермский край

Содержание

Введение		3
Раздел 1.	Справочный материал	4
	1.1. Определение систем счисления	4
	1.2. Запись чисел в позиционной системе счисления	5
	1.3. Перевод чисел из одной системы счисления в другую	6
	1.3.1. Перевод целых чисел из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием S	6
	1.3.2. Перевод правильных дробей из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием S	6
	1.3.3. Перевод неправильных дробей из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием S	7
	1.3.4. Перевод чисел из восьмеричной системы счисления в двоичную систему счисления	7
	1.3.5. Перевод чисел из шестнадцатеричной системы счисления в двоичную систему счисления	8
	1.3.6. Перевод чисел из двоичной системы счисления в восьмеричную систему счисления	8
	1.3.7. Перевод чисел из двоичной системы счисления в шестнадцатеричную систему счисления	8
	1.3.8. Перевод чисел из системы счисления с основанием S в десятичную систему счисления	9
	1.4. Запись некоторых чисел в различных системах счисления	9
	1.5. Арифметические действия над числами в различных системах счисления	10
	1.5.1. Таблицы сложения (+) и умножения (x) для систем счисления с основанием $S = 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 16$	10
	1.5.2. Сложение чисел	12
	1.5.3. Вычитание чисел	13
	1.5.4. Действия над числами с одинаковыми знаками и над числами с разными знаками	15
	1.5.5. Умножение многозначных чисел	15
	1.5.6. Деление многозначных чисел	16
	1.5.7. Упрощенное действие вычитания	16
	1.6. Признаки делимости чисел	17
	1.6.1. Признаки делимости чисел в десятичной системе счисления	17
	1.6.2. Признаки делимости чисел в двенадцатеричной системе счисления	18
	1.6.3. Признаки делимости чисел в системе счисления с основанием $2S$ (т.е. четным основанием)	18
	1.6.4. Признаки делимости чисел в системе счисления с основанием $2S+1$ (т.е. нечетным основанием)	18
	1.6.5. Признаки делимости чисел в системе счисления с основанием S (S – любое число)	18
Раздел 2.	Проверь себя!	19
	Тест 1	22
	Тест 2	23
Раздел 3.	Занимательный материал	24
	3.1. Великие и знаменитые о системах счисления	24
	3.2. Это интересно!	25
	3.3. Викторина	32
	3.4. Головоломки. Ребусы. Кроссворды	34
	3.4.1. Головоломка «На единицу меньше»	34
	3.4.2. Загадка «Необыкновенная биография»	34
	3.4.3. Стихотворение-загадка А.Старикова	34
	3.4.4. Ребусы	34
	3.4.5. Кроссворд № 1	36
	3.4.6. Кроссворд № 2	37
Ответы		39
Литература		42

Дорогие, ребята!

Язык математики – ее основные понятия и обозначения – выработывался на протяжении многих столетий.

Остаются в употреблении, распространяются и постепенно становятся общепринятыми наиболее универсальные, лаконичные, удобные в обращении средства этого языка. Это относится к самому основному понятию, возникшему при зарождении математики, - понятию числа. Способы записи чисел называются системами счисления.

Мы привыкли пользоваться десятичной системой счисления. В этой системе для записи чисел служат десять цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Однако не во все времена и не везде пользовались десятичной системой. «С точки зрения чисто математической она не имеет специальных преимуществ перед другими возможными системами счисления, и своим распространением эта система обязана вовсе не общим законам математики, а причинам совсем иного характера, скажем так, «анатомического», так как «десять пальцев рук – вот тот первоначальный аппарат для счета, которым человек пользовался, начиная с доисторических времен». [Фомин С. «Системы счисления»].

Учебное пособие «В помощь изучающим системы счисления» поможет соприкоснуться еще с одной страничкой истории развития числа. Вы узнаете, как записывались числа у разных народов и в разные времена. Научитесь находить связь между числами, записанными в различных системах счисления, выполнять арифметические действия над числами в непривычных для вас условиях. Эти упражнения способствуют развитию памяти, мышления, кругозора. Выработывают усидчивость, внимание, старание и многие другие полезные качества.

Успехов вам в освоении курса «Системы счисления».

Раздел 1. Справочный материал

1.1. Определение систем счисления

Таблица 1

Типы систем счисления	
Непозиционные	Позиционные
• древнеегипетская • древнегреческая • древнеславянская • римская •	• древневавилонская • двоичная • троичная • • десятичная • шестнадцатеричная • • двадцатеричная • • шестидесятеричная • • с основанием S, где S – любое натуральное число

Системой счисления называется совокупность приемов и правил представления чисел с помощью цифровых знаков.

Непозиционной называется такая система счисления, в которой значение любой цифры не зависит от положения (позиции) в ряду цифр, изображающих это число. Например, в числе XXX, записанном в римской системе счисления, каждый разряд означает 10 единиц.

Позиционной называется такая система счисления, в которой значение любой цифры зависит от ее положения (позиции) в ряду цифр, изображающих это число. Например, цифра 3 в числе 723, записанном в десятичной системе счисления, означает три единицы, а в числе 325 – три сотни.

Под **основанием системы счисления** понимается определенное постоянное для данной системы счисления отношение единиц соседних разрядов (см. табл. 2).

Таблица 2

Системы счисления	Класс миллионов			Класс тысяч			Класс единиц			Основание системы
	Разряд			Разряд			Разряд			
	сот	дес	ед	сот	дес	ед	сот	дес	ед	
десятичная	10 ⁸	10 ⁷	10 ⁶	10 ⁵	10 ⁴	10 ³	10 ²	10 ¹	10 ⁰	10 ^{k+1} /10 ^k = 10
двоичная	2 ⁸	2 ⁷	2 ⁶	2 ⁵	2 ⁴	2 ³	2 ²	2 ¹	2 ⁰	8 ^{k+1} /8 ^k = 8
восьмеричная	8 ⁸	8 ⁷	8 ⁶	8 ⁵	8 ⁴	8 ³	8 ²	8 ¹	8 ⁰	2 ^{k+1} /2 ^k = 2
шестнадцатеричная	16 ⁸	16 ⁷	16 ⁶	16 ⁵	16 ⁴	16 ³	16 ²	16 ¹	16 ⁰	16 ^{k+1} /16 ^k = 16

Основанием системы счисления может быть любое натуральное число большее 1.

Система счисления с основанием равным 1 называется **унарной**.

Для записи чисел в позиционной системе счисления используются цифры, количество которых соответствует основанию системы (см. табл. 3).

Таблица 3

Система счисления	Основание	Набор цифр
двоичная	2	0,1
троичная	3	0, 1, 2
четверичная	4	0, 1, 2, 3
пятеричная	5	0, 1, 2, 3, 4
шестеричная	6	0, 1, 2, 3, 4, 5
семеричная	7	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6
восьмеричная	8	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
девятеричная	9	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
десятичная	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
шестнадцатеричная	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F *

* В шестнадцатеричной системе счисления для обозначения цифр 10, 11, 12, 13, 14, 15, которые здесь являются однозначными, так как они меньше основания системы, вводятся прописные буквы латинского алфавита A, B, C, D, E, F соответственно.

1.2. Запись чисел в позиционной системе счисления

Любое число, представленное в позиционной системе счисления, может быть записано в виде полинома (многочлена)

$$x_s = a_{n-1}s^{n-1} + a_{n-2}s^{n-2} + \dots + a_1s^1 + a_0s^0 + a_{-1}s^{-1} + \dots + a_{-k}s^{-k},$$

где x_s – число в s -й системе счисления;

s – основание системы счисления;

a – цифра числа, записанного в s -й системе счисления;

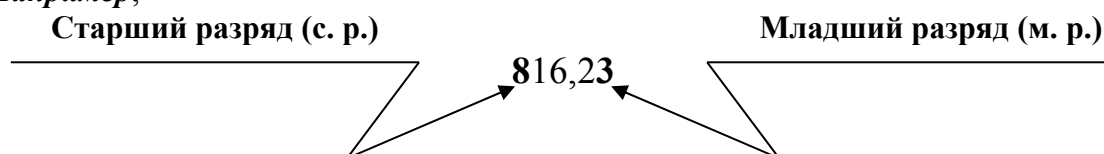
n – количество разрядов целой части числа;

k – количество разрядов в дробной части числа.

Каждое слагаемое в приведенном выражении называется термом.

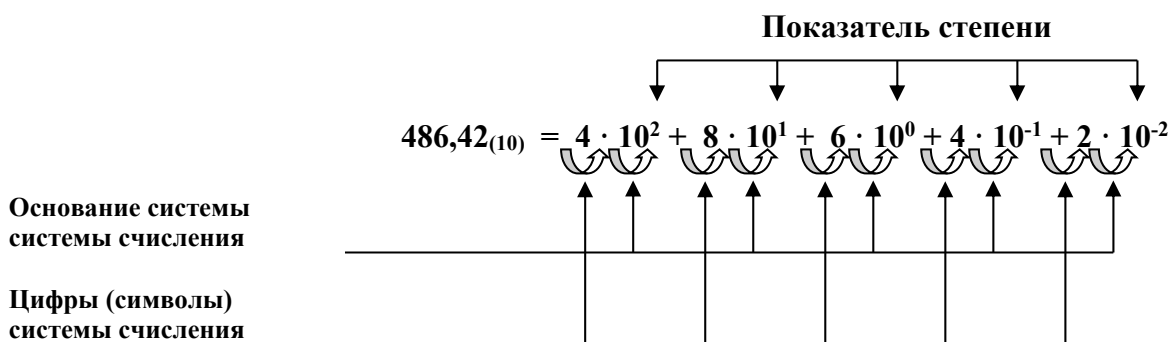
Крайняя правая цифра любого числа называется его младшим, или наименьшим, значащим разрядом, а крайняя левая – старшим, или наибольшим, значащим разрядом.

Например,



В целой части показатель степени основания каждого разряда, на единицу меньше, чем номер разряда, в котором записана данная цифра.

Рассмотрим числа $486,42_{(10)}$, $206,37_{(8)}$, $F9A,63_{(16)}$, $101,11_{(2)}$ (в скобках указано основание системы счисления, к которой относится данное число) как сумму термов:



$$206,37_{(8)} = 2 \cdot 8^2 + 0 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 + 3 \cdot 8^{-1} + 7 \cdot 8^{-2}.$$

$$F9A,63_{(16)} = F \cdot 16^2 + 9 \cdot 16^1 + A \cdot 16^0 + 6 \cdot 16^{-1} + 3 \cdot 16^{-2}.$$

$$101,11_{(2)} = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2}.$$

Заметим, что любое число, умноженное на нуль, дает нуль, а любое число, возведенное в степень нуля, равно 1.

1.3. Перевод чисел из одной системы счисления в другую

Перевод чисел из одной системы счисления в другую происходит по определенным правилам (для целых и дробных чисел правила различны).

1.3.1. Перевод целых чисел из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием S

Для перевода целого числа из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием S надо переводимое число последовательно делить на основание S-й системы счисления, в которую это число переводится до тех пор, пока не будет получено частное, меньшее основания S. Число в новой системе счисления запишется в виде остатков от деления, начиная с последнего частного, представляющего собой старшую цифру числа.

Пример 1. Перевести число $54_{(10)}$ в двоичную систему счисления.

Решение.

$$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ \hline 27 & 2 \\ \hline 0 & 26 \\ \hline & 13 \\ \hline & 6 \\ \hline & 3 \\ \hline & 2 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$54_{(10)} \rightarrow 110110_{(2)}$$

Пример 2. Перевести число $348_{(10)}$ в восьмеричную систему счисления.

Решение.

$$\begin{array}{r|l} 348 & 8 \text{ ост. } 4 \\ 43 & 8 \text{ ост. } 3 \\ 5 & \end{array}$$

$$348_{(10)} \rightarrow 534_{(8)}$$

Пример 3. Перевести число $875_{(10)}$ в шестнадцатеричную систему счисления.

Решение.

$$\begin{array}{l} 875 = 54 \times 16 + 11 \\ 54 = 3 \times 16 + 6 \\ 3 = 0 \times 16 + 3 \end{array}$$

$$875_{(10)} \rightarrow 35B_{(16)}$$

1.3.2. Перевод правильных дробей из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием S

Для перевода правильных дробей из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием S нужно умножать исходную дробь последовательно на основание системы счисления S. Полученные в результате умножения целые части произведения являются соответствующими разрядами дробного числа в системе счисления с основанием S.

Пример 4. Перевести число $0,725_{(10)}$ в двоичную систему счисления.

Решение.

$$\begin{array}{l} 0,725 \times 2 = 1,45 \\ 0,45 \times 2 = 0,9 \\ 0,9 \times 2 = 1,8 \\ 0,8 \times 2 = 1,6 \text{ и т.д.} \end{array}$$

$$0,725_{(10)} \rightarrow 0,101_{(2)}$$

Пример 5. Перевести число $0,873_{(10)}$ в восьмеричную систему счисления.

Решение.

$$\begin{array}{l} 0,873 \times 8 = 6,984 \\ 0,984 \times 8 = 7,872 \\ 0,872 \times 8 = 6,976 \text{ и т.д.} \end{array}$$

$$0,873_{(10)} \rightarrow 0,676_{(8)}$$

Пример 6. Перевести число $0,84375_{(10)}$ в шестнадцатеричную систему счисления.

Решение.

$$\begin{array}{l} 0,84375 \times 16 = 13,50000 \\ 0,50000 \times 16 = 8,00000 \end{array}$$

$$0,84375_{(10)} = 0,D8_{(16)}$$

Пример 7. Перевести обыкновенную дробь $121/125_{(10)}$ из десятичной системы счисления в пятеричную систему счисления.

Решение.

1 способ. $121/125 \times 5 = 4 + 21/25$; $21/25 \times 5 = 4 + 1/5$; $1/5 \times 5 = 1$

$$121/125_{(10)} \rightarrow 0,441_{(5)}$$

или

2 способ. $\left[\frac{121}{125} \times 5 = \frac{605}{125} \right] = \left[4 \frac{21}{25} \right] = 4$, $\left[\frac{21}{25} \times 5 = \frac{105}{25} \right] = \left[4 \frac{1}{5} \right] = 4$, $\left[\frac{1}{5} \times 5 \right] = [1] = 1$.

$$\frac{121}{125}_{(10)} \rightarrow 0,441_{(5)}$$

Ответ. $\frac{121}{125}_{(10)} \rightarrow 0,441_{(5)}$.

1.3.3. Перевод неправильных дробей из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием S

Решение.

$$238,225_{(10)} = 238_{(10)} + 0,225_{(10)}$$

$$\begin{array}{r} 238, \quad 8 \\ 232 \overline{) 29} \quad 8 \\ \underline{6} \quad 24 \quad 3 \\ \quad \underline{5} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0, \quad 225 \times 8 = \\ \hline 1 \quad 800 \times 8 = \\ 6 \quad 400 \times 8 = \\ 3 \quad 200 \times 8 = \\ 1 \quad 600 \times 8 = \\ 4 \quad 800 \times 8 = \text{т.д.} \end{array}$$

$$238_{(10)} \rightarrow 356_{(8)}$$

$$0,225_{(10)} \rightarrow 0,1(6314)_{(8)}$$

$$238,225_{(10)} \rightarrow 356_{(8)} + 0,1(6314)_{(8)} \rightarrow 356,1(6314)_{(8)}$$

Перевод неправильных дробей из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием S выполняется отдельно для целой и дробной частей по вышеизложенным правилам с последующим соединением этих частей в одну запись – неправильную дробь, представленную уже в новой системе счисления.

Пример 8. Перевести неправильную дробь $238,225_{(10)}$ в восьмеричную систему счисления.

Ответ. $238,225_{(10)} \rightarrow 356,1(6314)_{(8)}$.

1.3.4. Перевод чисел из восьмеричной системы счисления в двоичную систему счисления

Перевод чисел из восьмеричной системы счисления в двоичную осуществляется заменой каждой восьмеричной цифры ее двоичным эквивалентом – тремя двоичными цифрами (триадой).

Пример 9. Перевести число $67532,107_{(8)}$ в двоичную систему счисления.

Решение. Заменяем каждую цифру трехзначной двоичной триадой:

$$\begin{array}{cccccccc} 6 & 7 & 5 & 3 & 2, & 1 & 0 & 7_{(8)} \\ | & | & | & | & | & | & | & | \\ 110 & 111 & 101 & 011 & 010, & 001 & 000 & 111_{(2)} \end{array}$$

Ответ. $67532,107_{(8)} \rightarrow 110\ 111\ 101\ 011\ 010,001\ 000\ 111_{(2)}$.

1.3.5. Перевод чисел из шестнадцатеричной системы счисления в двоичную систему счисления

Для перевода чисел из шестнадцатеричной системы счисления в двоичную каждую шестнадцатеричную цифру заменяют ее двоичным эквивалентом, т.е. четырьмя двоичными цифрами (тетрадой).

Пример 10. Перевести число $35B,451E_{(16)}$ в двоичную систему счисления.

Решение. Заменяем каждую шестнадцатеричную цифру двоичной тетрадой:

$$\begin{array}{ccccccc} 3 & 5 & B, & 4 & 5 & 1 & E_{(16)} \\ | & | & | & | & | & | & | \\ 0011 & 0101 & 1011, & 0100 & 0101 & 0001 & 1110_{(2)} \end{array}$$

Ответ. $35B,451E_{(16)} \rightarrow 1\ 101\ 011\ 011,010\ 001\ 010\ 001\ 111_{(2)}$.

1.3.6. Перевод чисел из двоичной системы счисления в восьмеричную систему счисления

Перевод чисел из двоичной системы счисления в восьмеричную осуществляется заменой каждой триады одноразрядным восьмеричным числом. Двоичное целое число делится на триады справа налево. Деление на триады целой части неправильной дроби выполняется от запятой влево, дробной части – от запятой вправо. При смешанных числах (неправильная дробь) триады слева и справа дополняются нулями в случае, если не хватает цифры до полной триады.

Пример 11. Перевести число $10\ 111\ 011\ 101,110\ 1_{(2)}$ в восьмеричную систему счисления.

Решение. Заменяем каждую триаду восьмеричным числом:

$$\begin{array}{cccccc} 010 & 111 & 011 & 101, & 110 & 100_{(2)} \\ | & | & | & | & | & | \\ 2 & 7 & 3 & 5, & 6 & 4_{(8)} \end{array}$$

Ответ. $10\ 111\ 011\ 101,110\ 1_{(2)} \rightarrow 2\ 735,64_{(8)}$

1.3.7. Перевод чисел из двоичной системы счисления в шестнадцатеричную систему счисления

Перевод чисел из двоичной системы счисления в шестнадцатеричную осуществляется заменой каждой тетрады одноразрядным шестнадцатеричным числом. Двоичное целое число делится на тетрады справа налево. Деление на тетрады целой части неправильной дроби выполняется от запятой влево, дробной части – от запятой вправо. При смешанных числах (неправильная дробь) тетрады слева и справа дополняются нулями в случае, если не хватает цифры до полной тетрады.

Пример 12. Перевести число $10\ 111\ 011\ 101,110\ 11_{(2)}$ в восьмеричную систему счисления.

Решение. Заменяем каждую триаду восьмеричным числом:

$$\begin{array}{ccccc} 0101 & 1101 & 1101, & 1101 & 1000_{(2)} \\ | & | & | & | & | \\ 5 & D & D, & D & 8_{(16)} \end{array}$$

Ответ. $10\ 111\ 011\ 101, 110\ 11_{(2)} \rightarrow 5DD,D8_{(16)}$

1.3.8. Перевод чисел из системы счисления с основанием S в десятичную систему счисления

Перевод чисел из любой системы счисления в десятичную осуществляется представлением этого числа в развернутом виде, т.е. в виде полинома (многочлена): возведением в степень (показатель которой для целых чисел соответствует номеру разряда, начиная с наименьшего, без единицы; для дробной части числа – соответственно номеру разряда, считая вправо от запятой, взятому с отрицательным знаком) основания, умножением на цифру, которая стоит в данном разряде, и сложением отдельных термов. При этом все арифметические действия выполняются в десятичной системе счисления.

Пример 13. Перевести в десятичную систему счисления числа $101,01_{(2)}$, $435,6_{(8)}$, $BA,98_{(16)}$.

Решение.

$$101,01_{(2)} = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} \rightarrow 5,25_{(10)}.$$

$$435,6_{(8)} = 4 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 + 6 \cdot 8^{-1} \rightarrow 285,75_{(10)}.$$

$$BA,98_{(16)} = B \cdot 16^1 + A \cdot 16^0 + 9 \cdot 16^{-1} + 8 \cdot 16^{-2} \rightarrow 186,59375_{(10)}.$$

Ответ. $101,01_{(2)} \rightarrow 5,25_{(10)}$; $435,6_{(8)} \rightarrow 285,75_{(10)}$; $BA,98_{(16)} \rightarrow 186,59375_{(10)}$.

1.4. Запись некоторых чисел в различных системах счисления

Таблица 4

Числа от 0 до 16 в системах счисления с основанием S									
S = 10	S = 2	S = 3	S = 4	S = 5	S = 6	S = 7	S = 8	S = 9	S = 16
00	00000	000	000	000	00	00	00	00	00
01	00001	001	001	001	01	01	01	01	01
02	00010	002	002	002	02	02	02	02	02
03	00011	010	003	003	03	03	03	03	03
04	00100	011	010	004	04	04	04	04	04
05	00101	012	011	010	05	05	05	05	05
06	00110	020	012	011	10	06	06	06	06
07	00111	021	013	012	11	10	07	07	07
08	01000	022	020	013	12	11	10	08	08
09	01001	100	021	014	13	12	11	10	09
10	01010	101	022	020	14	13	12	11	0A
11	01011	102	023	021	15	14	13	12	0B
12	01100	110	030	022	20	15	14	13	0C
13	01101	111	031	023	21	16	15	14	0D
14	01110	112	032	024	22	20	16	15	0E
15	01111	120	033	030	23	21	17	16	0F
16	10000	121	100	031	24	22	20	17	10

1.5. Арифметические действия над числами в различных системах счисления

Действия над числами в различных системах счисления выполняются на основании таблиц сложения и вычитания, составленных индивидуально для каждой из систем. Они отличаются от десятичных в тех клетках, где стоят числа, большие или равные основанию системы счисления S , а именно число, равное S заменяется на 10 , $S+1$ – на 11 и т.д.

1.5.1. Таблицы сложения (+) и умножения (x) для систем счисления с основанием $S = 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 16$

Таблица 5

S = 2		
+	0	1
0	0	1
1	1	10

Таблица 6

S = 2		
×	0	1
0	0	0
1	0	1

Таблица 7

S = 3			
+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	10
2	2	10	11

Таблица 8

S = 3			
×	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	11

Таблица 9

S = 4					
+	0	1	2	3	
0	0	1	2	3	
1	1	2	3	10	
2	2	3	10	11	
3	3	10	11	12	

Таблица 10

S = 4					
×	0	1	2	3	
0	0	0	0	0	
1	0	1	2	3	
2	0	2	10	12	
3	0	3	12	21	

Таблица 11

S = 5						
+	0	1	2	3	4	
0	0	1	2	3	4	
1	1	2	3	4	10	
2	2	3	4	10	11	
3	3	4	10	11	12	
4	4	10	11	12	13	

Таблица 12

S = 5						
×	0	1	2	3	4	
0	0	0	0	0	0	
1	0	1	2	3	4	
2	0	2	4	11	13	
3	0	3	11	14	22	
4	0	4	13	22	31	

Таблица 13

S = 6							
+	0	1	2	3	4	5	
0	0	1	2	3	4	5	
1	1	2	3	4	5	10	
2	2	3	4	5	10	11	
3	3	4	5	10	11	12	
4	4	5	10	11	12	13	
5	5	10	11	12	13	14	

Таблица 14

S = 6							
×	0	1	2	3	4	5	
0	0	0	0	0	0	0	
1	0	1	2	3	4	5	
2	0	2	4	10	12	14	
3	0	3	10	13	20	23	
4	0	4	12	20	24	32	
5	0	5	14	23	32	41	

Таблица 15

S = 7								
+	0	1	2	3	4	5	6	
0	0	1	2	3	4	5	6	
1	1	2	3	4	5	6	10	
2	2	3	4	5	6	10	11	
3	3	4	5	6	10	11	12	
4	4	5	6	10	11	12	13	
5	5	6	10	11	12	13	14	
6	6	10	11	12	13	14	15	

Таблица 16

S = 7								
×	0	1	2	3	4	5	6	
0	0	0	0	0	0	0	0	
1	0	1	2	3	4	5	6	
2	0	2	4	6	11	13	15	
3	0	3	6	12	15	21	24	
4	0	4	11	15	22	26	33	
5	0	5	13	21	26	34	42	
6	0	6	15	24	33	42	51	

Таблица 17

S = 8								
+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

Таблица 18

S = 8								
×	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

Таблица 19

S = 9									
+	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	2	3	4	5	6	7	8	10
2	2	3	4	5	6	7	8	10	11
3	3	4	5	6	7	8	10	11	12
4	4	5	6	7	8	10	11	12	13
5	5	6	7	8	10	11	12	13	14
6	6	7	8	10	11	12	13	14	15
7	7	8	10	11	12	13	14	15	16
8	8	10	11	12	13	14	15	16	17

Таблица 20

S = 9									
×	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
2	0	2	4	6	8	11	13	15	17
3	0	3	6	10	13	16	20	23	26
4	0	4	8	13	17	22	26	31	35
5	0	5	11	16	22	27	33	38	44
6	0	6	13	20	26	33	40	46	53
7	0	7	15	23	31	38	46	54	62
8	0	8	17	26	35	44	53	62	71

Таблица 21

S = 16																
+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

Таблица 22

S = 16																
×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
2	0	2	4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E
3	0	3	6	9	C	F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D
4	0	4	8	C	10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C
5	0	5	A	F	14	19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B
6	0	6	C	12	18	1E	24	2A	30	36	3C	42	48	4E	54	5A
7	0	7	E	15	1C	23	2A	31	38	3F	46	4D	54	5B	62	69
8	0	8	10	18	20	28	30	38	40	48	50	58	60	68	70	78
9	0	9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51	5A	63	6C	75	7E	87
A	0	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64	6E	78	82	8C	96
B	0	B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79	84	8F	9A	A5
C	0	C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90	9C	A8	B4
D	0	D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9	B6	C3
E	0	E	1C	2A	38	46	54	62	70	7E	8C	9A	A8	B6	C4	D2
F	0	F	1E	2D	3C	4B	5A	69	78	87	96	A5	B4	C3	D2	E1

1.5.2. Сложение чисел

Каждый раз, когда наибольший цифровой символ в любой из систем счисления возрастает на единицу (1) в любом разряде числа, в этом разряде образуется (0) и происходит перенос единицы (1) в следующий, более высший разряд. Например, увеличим 9 в десятичной системе счисления на единицу:

$$\begin{array}{r}
 09_{(10)} = 0 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0 \\
 + \\
 01_{(10)} = 0 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 \\
 \hline
 10_{(10)} = 0 \cdot 10^1 + 0 \cdot 10^0 = 1 \cdot 10^1 + 0 \cdot 10^0
 \end{array}$$



В кружке представлен перенос единицы в старший разряд.

Этот прием сложения справедлив для всех систем счисления. Например:

$$\begin{array}{r}
 + 01_{(2)} \\
 01_{(2)} \\
 \hline
 10_{(2)}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 + 07_{(8)} \\
 01_{(8)} \\
 \hline
 10_{(8)}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 + 0F_{(16)} \\
 01_{(16)} \\
 \hline
 10_{(16)}
 \end{array}$$

Сложение двух многозначных чисел начинается с младшего разряда, производится поразрядно с учетом единиц переноса из предыдущих разрядов.

Десятичная СС: $15_{(10)} + 6_{(10)}$. Двоичная СС: $1111_{(2)} + 110_{(2)}$. Восьмеричная СС: $17_{(8)} + 6_{(8)}$.

$$\begin{array}{r}
 +1(\text{Перенос 1 в старший разряд}) + 1 + 1 + 1 \quad (\text{Перенос 1}) \\
 \begin{array}{r}
 15 \\
 + 6 \\
 \hline
 21 \\
 \begin{array}{l}
 \boxed{5+6=11=10+1} \\
 \boxed{1+1=2}
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 1111 \\
 + 0110 \\
 \hline
 10101
 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 \boxed{1+0=1} \\
 \boxed{1+1=2=2+0=10+0} \\
 \boxed{1+1+1=3=2+1=10+1} \\
 \boxed{1+1=2=2+0=10}
 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 +1(\text{Перенос 1}) \\
 \begin{array}{r}
 17 \\
 + 6 \\
 \hline
 25 \\
 \begin{array}{l}
 \boxed{7+6=13=8+5} \\
 \boxed{1+1=2}
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

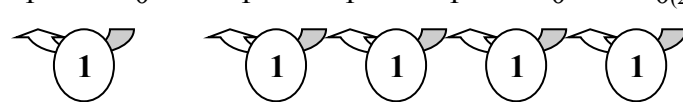
Шестнадцатеричная СС: $F_{(16)} + 6_{(16)}$.

1 (Перенос 1 в старший разряд)

$$\begin{array}{r} F \\ + 6 \\ \hline 21 \\ \hline \end{array}$$

$15 + 6 = 21 = 16 + 5$
 $1 + 1 = 2$

Пример 14. Сложить два числа:

$$\begin{array}{r} 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1_{(2)} \\ + \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1_{(2)} \\ \hline 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0_{(2)} \end{array}$$


Пример 15. Сложите в двоичной системе счисления два числа 17 и 15, изображенных в десятичной системе счисления.

Решение. Сложение этих чисел в двоичной системе счисления начинается с их перевода из десятичной системы счисления в двоичную и затем выполняется поразрядное сложение:

$$\begin{aligned} 17_{(10)} &\rightarrow 10\,001_{(2)} \\ 15_{(10)} &\rightarrow 1\,111_{(2)} \\ 10\,001_{(2)} + 1\,111_{(2)} &= 100\,000_{(2)} \end{aligned}$$

Ответ. Для того чтобы убедиться в правильности результата, можно либо перевести число $32_{(10)}$ из десятичной системы счисления в двоичную, либо число $100000_{(2)}$ представить в развернутом виде и сравнить результаты: $32_{(10)} \rightarrow 100000_{(2)}$; $100\,000_{(2)} = 1 \cdot 25 + 0 \cdot 24 + 0 \cdot 23 + 0 \cdot 22 + 0 \cdot 21 + 0 \cdot 20 \rightarrow 32_{(10)}$.

Шестнадцатеричные числа складываются точно так же, как десятичные. Отличие состоит в том, что перенос единицы в старший разряд произойдет только при превышении десятичного значения числа 15, где $15_{(10)} = F_{(16)}$.

$$15_{(10)} + 1 \rightarrow F_{(16)} + 1 = 10_{(16)}$$

Пример 16. Сложите два шестнадцатеричных числа: $A94_{(16)}$ и $23E_{(16)}$. Сколько раз был выполнен перенос? Из каких разрядов был выполнен перенос?

Решение. $A94_{(16)} + 23E_{(16)} = CD2_{(16)}$.

Ответ. Перенос выполнен один раз. Перенос выполнен из разряда единиц в разряд сотен.

1.5.3. Вычитание чисел

Рассмотрим действие вычитание на примере $10_{(2)} - 1_{(2)} = 1_{(1)}$. Для того, чтобы из младшего разряда (нуля) вычесть единицу, необходимо из старшего разряда взять две единицы и перенести их в младший разряд, в результате получим единицу в младшем разряде.

Вспомним, что в двоичной системе счисления используются только два цифровых символа (0 и 1); что число 10 в двоичной системе счисления соответствует числу 2 в десятичной системе.

Вычитание многоразрядных двоичных чисел начинается с младших разрядов. При переводе единицы старшего разряда в младший, в младшем разряде образуются две единицы.

Двоичная СС: $11001001,01_{(2)} - 111011,11_{(2)}$.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccccccccccc}
 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\
 -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\
 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1, & 0 & 1 \\
 - & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1, & 1 & 1
 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{cccccccccccc}
 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1, & 1 & 0 \\
 1-0=1 & & & & & & & & & 1-1=0 \\
 1-1-0=0 & & & & & & & & & 0+2-1=1 \\
 0-1+2-1=0 & & & & & & & & & 1-1+2-1=1 \\
 0-1+2-1=0 & & & & & & & & & 0-1+2-1=0 \\
 1-1+2-1=1 & & & & & & & & & 0-1+2-0=1
 \end{array}
 \end{array}$$

Пример 17. Вычесть из числа $1\ 011\ 100_{(2)}$ число $10\ 1111_{(2)}$.

Решение. Представим два фрагмента, когда единицы старшего, например третьего, разряда числа $1\ 011\ 100_{(2)}$ переводится в младшие разряды, например во второй и первый, т.е.

1 0 1 1 1 0 0

1 0 1 1 0 1 0

Выполним вычитание

из числа $1011100_{(2)}$

число $101111_{(2)}$

$$\begin{array}{r}
 - \quad 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0_{(2)} \\
 \quad 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1_{(2)} \\
 \hline
 \quad 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1_{(2)}
 \end{array}$$

Стрелками указаны единицы переноса из старших разрядов в младшие.

Вычитание в системе счисления с основанием S выполняется точно так же, как и в десятичной. Только при обратном переносе из старшего разряда в младший переносится количество единиц, равное основанию системы счисления S (в троичной – 3, в пятеричной – 5, в шестнадцатеричной – 16 и т.д.), а не 10:

$$\begin{aligned}
 10_{(3)} - 1 &\rightarrow 3_{(10)} - 1 = 2_{(10)} \rightarrow 2_{(3)}. \\
 10_{(5)} - 1 &\rightarrow 5_{(10)} - 1 = 4_{(10)} \rightarrow 4_{(5)}. \\
 10_{(16)} - 1 &\rightarrow 16_{(10)} - 1 = 15_{(10)} \rightarrow 15_{(16)}.
 \end{aligned}$$

Десятичная СС: $201,25_{(10)} - 59,75_{(10)}$.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 10 & 10 & 10 & 10 \\
 -1 & -1 & -1 & \\
 2 & 0 & 1, & 2\ 5 \\
 - & 5 & 9, & 7\ 5
 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{cccc}
 1 & 4 & 1, & 5\ 0 \\
 & & & 5-5=0 \\
 & & & 10+2-7=5 \\
 & & & -1+10-9=1 \\
 & & & 0-1+10-5=4 \\
 & & & 2-1=1
 \end{array}
 \end{array}$$

Восьмеричная СС: $311,2_{(8)} - 73,6_{(8)}$.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 8 & 8 & 8 \\
 -1 & -1 & -1 \\
 3 & 1 & 1, & 2 \\
 - & 7 & 3, & 6
 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{cccc}
 2 & 1 & 5, & 4 \\
 & & & 2+8-6=4 \\
 & & & 1-1+8-3=5 \\
 & & & 1-1+8-7=1 \\
 & & & 3-1=2
 \end{array}
 \end{array}$$

Шестнадцатеричная СС: $C9_{(16)} - 3B_{(16)}$.

$$\begin{array}{r}
 16 \ 16 \\
 -1 \ -1 \\
 - \ C \ 9, \ 4 \\
 \underline{- \ 3 \ B, \ C} \\
 8 \ D, \ 8
 \end{array}$$

$4 - C + 16 = 4 - 12 + 16 = 8$
 $9 - 1 - B + 16 = 9 - 1 - 11 + 16 = 13$
 $C - 3 - 1 = 12 - 3 - 1 = 8$

Пример 18. Вычесть из числа $17_{(16)}$ число $8_{(16)}$.

Решение. $17_{(16)} - 8_{(16)} = 10_{(16)} + 7_{(16)} - 8_{(16)} \rightarrow 16_{(10)} + 7_{(10)} - 8_{(10)} = 15_{(10)} \rightarrow F_{(16)}$.

1.5.4. Действия над числами с одинаковыми знаками и над числами с разными знаками

При сложении двух чисел с одинаковыми знаками их числовые значения складываются, и знак сохраняется.

Например. $+21 + 37 = +58$.

При сложении двух чисел с разными знаками они берутся по модулю, т.е. как положительные числа, и меньшее число вычитается из большего; сумма имеет знак большего числа.

Например. $-37 + 27 = -(|37| - |27|) = -|10| = -10$.

При вычитании отрицательного числа из положительного знак отрицательного числа становится положительным.

Например. $+27 - (-37) = 27 + 37 = 64$.

1.5.5. Умножение многозначных чисел

Умножение многозначных чисел в системе счисления с основанием S выполняется столбиком по тем же правилам, что и умножение десятичных чисел, на основании таблиц умножения, составленных индивидуально для каждой системы счисления (см. 1.5.1).

Десятичная СС: $5_{(10)} \times 6_{(10)}$. **Двоичная СС:** $101_{(2)} \times 110_{(2)}$. **Восьмеричная СС:** $5_{(8)} \times 6_{(8)}$.

$$\begin{array}{r}
 \times 5 \\
 6 \\
 \hline
 30
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \times 101 \\
 110 \\
 \hline
 101 \\
 1110 \\
 \hline
 11110
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \times 5 \\
 6 \\
 \hline
 36
 \end{array}$$

Ответ: $5 \times 6 = 30_{(10)} \rightarrow 11110_{(2)} \rightarrow 36_{(8)}$

Пример 19. Выполнить умножение чисел $10111_{(2)}$ и $11010_{(2)}$ в двоичной системе счисления и чисел $42307_{(8)}$ и $615_{(8)}$ в восьмеричной системе счисления.

Решение.

$$\begin{array}{r}
 10111_{(2)} \\
 \times 11010_{(2)} \\
 \hline
 10111 \\
 10111 \\
 10111 \\
 \hline
 1001010110_{(2)}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 42307_{(8)} \\
 \times 615_{(8)} \\
 \hline
 253743 \\
 42307 \\
 316252 \\
 \hline
 32524233_{(8)}
 \end{array}$$

Ответ. $10111_{(2)} + 11010_{(2)} = 1001010110_{(2)}$; $42307_{(8)} + 615_{(8)} = 32524233_{(8)}$

1.5.6. Деление многозначных чисел

Деление двух многозначных чисел выполняется уголком и представляет собой многократное вычитание делителя из делимого.

Пример 20. Выполнить деление числа $101\,010_{(2)}$ на число $101_{(2)}$ в двоичной системе счисления и числа $732122_{(8)}$ на число $156_{(8)}$ в восьмеричной системе счисления.

Решение.

$101010_{(2)}$	$101_{(2)}$	$732122_{(8)}$	$156_{(8)}$
102	$1000,011_{(2)}$	670	$4237_{(8)}$
		421	
1000		334	
101		652	
110		512	
101		1402	
001 и т.д. до заданной точности		1402	
		0	

Ответ. $101010_{(2)} : 101_{(2)} = 1000,011_{(2)}$, $732122_{(8)} : 156_{(8)} = 4238_{(8)}$.

Проверку правильности выполнения решения осуществляют умножением полученного результата на делитель плюс остаток от деления:

$$1\,000,011_{(2)} \cdot 101_{(2)} + 0,001_{(2)} = 101\,001,111_{(2)} + 0,001_{(2)} = 101\,010_{(2)};$$

$$4\,237_{(8)} \cdot 156_{(8)} + 0 = 732\,122_{(8)}.$$

1.5.7. Упрощенное действие вычитания

Выполнение действия вычитания можно упростить, сведя его с помощью специального приема к сложению. Для этого пользуются понятием дополнения числа.

Дополнение числа определяется как величина, которая будучи прибавлена к данному числу, обращает сумму в нуль с переносом единицы в старший разряд. Например, сумма двух чисел $681_{(10)}$ и $319_{(10)}$ равна $1000_{(10)}$ – с переносом единицы в старший разряд. В этом примере число 681 является дополнением к числу 319 и, наоборот, число 319 является дополнением к числу 681 .

Определение дополнения для любого числа (десятичного, восьмеричного, двоичного и т.д.) одинаково. Вначале вычитают каждую цифру числа из наибольшего цифрового значения для данной системы счисления и прибавляют единицу к цифре младшего разряда. Например, для десятичного числа $384_{(10)}$ нужно вычесть каждую цифру из 9 и прибавить единицу к младшему разряду: $9 - 3 = 6$, $9 - 8 = 1$, $9 - 4 = 6$. Получим дополнение $616_{(10)}$ ($999 - 384 = 616$) к числу $384_{(10)}$.

Для восьмеричного числа $756_{(8)}$ нужно вычесть каждую цифру из 7 и прибавить единицу к младшему разряду: $777 - 756 = 021 + 1 = 22$. Число $22_{(8)}$ является дополнением числа $756_{(8)}$.

Для двоичного числа $1\,011\,011_{(2)}$ нужно вычесть каждую цифру из 1 и прибавить единицу к младшему разряду: $1\,111\,111_{(2)} - 1\,011\,011_{(2)} + 1 = 100\,101_{(2)}$. Число $100\,101_{(2)}$ является дополнением числа $1\,011\,011_{(2)}$.

Для получения дополнения числа двоичной системы счисления можно использовать следующий прием: достаточно поменять каждый ноль на единицу, единицу на ноль и к младшему разряду прибавить единицу.

Для шестнадцатеричного числа $DA1F9_{(16)}$ нужно вычесть каждую цифру из $15_{(10)} = F_{(16)}$ и прибавить единицу к младшему разряду: $FFFF - DA1F9 + 1 = 26E06 + 1$. Число $25E07_{(16)}$ является дополнением числа $DA1F9_{(16)}$.

Пример 21. Вычесть из трехразрядного числа $741_{(10)}$ трехразрядное число $326_{(10)}$.

Решение. $741_{(10)} - 326_{(10)} = 415_{(10)}$.

Преобразовать число 326 в его дополнение: $999 - 326 + 1 = 673 + 1 = 674$.

Дополнением числа 326 есть 674.

Произвести сложение числа 741 с дополнением 674: $741 + 674 = 0 \quad 415 = 1415$.



При сравнении действий вычитания и сложения с дополнением получаем одинаковый результат в первых трех разрядах.

В примере рассмотрен случай получения положительного результата при вычитании.

Если результат вычитания двух чисел отрицательный, то нужно взять дополнение от вычитаемого, сложить его с уменьшаемым и затем взять дополнение от полученного результата и изменить знак перед ним. Таким путем получается истинное число от вычитания. Необходимость нахождения второго дополнения определяется отсутствием единицы переноса в действии сложения уменьшаемого с первым дополнением.

Пример 22. Вычесть из трехразрядного числа $326_{(10)}$ трехразрядное число $741_{(10)}$.

Решение. $326_{(10)} - 741_{(10)} = -415_{(10)}$.

Взять дополнение от вычитаемого 741: $999 - 741 + 1 = 259$; сложить его с уменьшаемым 326: $259 + 326 = 585$; возьмем дополнение от полученного результата: $999 - 585 + 1 = 415$; изменить знак перед этим числом: -415 .

Рассмотрим случай вычитания чисел с разным количеством разрядов.

Пример 23. Вычесть трехразрядное число $871_{(10)}$ из четырехразрядного числа $1576_{(10)}$.

Решение. Представить число 871 в виде 0871. Найти дополнение к числу 0871: $9999 - 0871 + 1 = 9129$; выполнить сложение уменьшаемого с дополнением: $1576 + 9129 = 10705$. В результате получается перенос единицы в старший разряд. Следовательно, число 705 – истинное.

Типичная ошибка при получении дополнения – это отсутствие выравнивания числа разрядов вычитаемого по числу разрядов уменьшаемого.

1.6. Признаки делимости чисел

Для проверки того, является данное число составным или нет, требуется выполнить достаточно большое количество делений его на меньшие числа. Для некоторых делителей существуют признаки, позволяющие установить делимость на них без выполнения самого деления значительно проще. Такие признаки называются признаками делимости.

Для каждой позиционной системы счисления формулируются свои признаки деления на то или иное число.

1.6.1. Признаки делимости чисел в десятичной системе счисления

В десятичной системе счисления число делится

- на 2, если на 2 делится число единиц его последнего разряда;

- на 3, если сумма его цифр делится на 3;
- на 9, если сумма его цифр делится на 9;
- на 5, если его последняя цифра 0 или 5;
- на 10, если число единиц младшего разряда равна 0;
- на 4, если две последние его цифры образуют число, делящееся на 4;
- на 8, если три последние цифры его образуют число, делящееся на 8;
- на 6, если число делится и на 2 и на 3;
- на 11, если сумма цифр, занимающих нечетные места, либо равна сумме цифр, занимающих четные места, либо разнится от нее на число, делящееся на 11.

1.6.2. Признаки делимости чисел в двенадцатеричной системе счисления

В *двенадцатеричной* системе счисления число делится

- на 2, если его последняя цифра делится на 2;
- на 3, если его последняя цифра делится на 3;
- на 4, если его последняя цифра делится на 4;
- на 6, если его последняя цифра делится на 6;
- на 8, если две последние цифры его образуют число, делящееся на 8;
- на 9, если две последние цифры его образуют число, делящееся на 9;
- на 11, если сумма его цифр делится на 11.

1.6.3. Признаки делимости чисел в системах счисления с основанием $2S$ (т.е. четным основанием)

В системе счисления *с основанием $2S$* (т.е. четным основанием) число делится

- на 2, если его последняя цифра четная или нуль.

1.6.4. Признаки делимости в системах счисления с основанием $2S+1$ (т.е. нечетным основанием)

В системах счисления *с основанием $2S+1$* (т.е. нечетным основанием) число делится

- на 2, если сумма его цифр будет числом четным.

1.6.5. Признаки делимости чисел в системах счисления с основанием S (S – любое число)

В системе счисления *с основанием S* (где S – любое число) число делится

- на $S-1$, если сумма его цифр делится на $S-1$.

Раздел 2. Проверь себя!

1. Запишите число как сумму термов:
а) $1984,51_{(10)}$; в) $7752,63_{(8)}$; д) $24,314_{(6)}$; ж) $123,03_{(4)}$; и) $1110,011_{(2)}$;
б) $327,862_{(9)}$; г) $135,4_{(7)}$; е) $214,3_{(5)}$; з) $210,012_{(3)}$; к) $AB9,FE2_{(16)}$.
2. Какое число следует за каждым из данных?
а) $223_{(4)}$; б) $677_{(8)}$; в) $2222_{(3)}$; $1001_{(2)}$.
3. Выпишите целые числа, принадлежащие следующим числовым промежуткам:
а) $[101101_{(2)}; 110000_{(2)}]$ в двоичной системе;
б) $[202_{(3)}; 1000_{(3)}]$ в троичной системе счисления;
в) $[14_{(8)}; 20_{(8)}]$ в восьмеричной системе;
г) $[28_{(16)}; 30_{(16)}]$ в шестнадцатеричной системе.
4. Какое число предшествует каждому из данных:
а) $230_{(3)}$; б) $1001_{(5)}$; в) $233_{(4)}$; г) $1000_{(2)}$?
5. Переведите десятичное число:
а) 72 в двоичную систему счисления;
б) 97 в троичную систему счисления;
в) 163 в четверичную систему счисления;
г) 399 в пятеричную систему счисления;
д) 406 в шестеричную систему счисления;
е) 525 в семеричную систему счисления;
ж) 619 в восьмеричную систему счисления;
з) 764 в девятеричную систему счисления;
и) 956 в шестнадцатеричную систему счисления.
6. Переведите десятичную правильную дробь:
а) $0,152$ в двоичную систему счисления;
б) $\frac{5}{12}$ в троичную систему счисления;
в) $0,953125$ в четверичную систему счисления;
г) $\frac{7}{25}$ в пятеричную систему счисления;
д) $\frac{11}{18}$ в шестеричную систему счисления;
е) $0,111$ в семеричную систему счисления;
ж) $0,828125$ в восьмеричную систему счисления;
з) $0,36$ в девятеричную систему счисления;
и) $0,15$ в шестнадцатеричную систему счисления.
7. Переведите десятичную неправильную дробь:
а) $467,65625$ в двоичную систему счисления;
б) $238,225$ в восьмеричную систему счисления;
в) $2156,52$ в шестнадцатеричную систему счисления.
8. Сколько разрядов будет в числе, если записать его в восьмеричной системе счисления:
а) $10111010110111_{(2)}$;
б) $1100111100011101001_{(2)}$;
в) $A18C_{(16)}$;

- г) $1375BE_{(16)}$.
9. Переведите числа из двоичной системы счисления в восьмеричную и шестнадцатеричную:
- а) $101\ 010$; в) $10\ 111\ 011\ 101, 1101$;
б) $1\ 101\ 101$; г) $111\ 111\ 111$.
10. Переведите числа в двоичную систему счисления:
- а) $3\ 256,14_{(8)}$; в) $A\ BCD,EF_{(16)}$;
б) $1\ 775,323_{(8)}$; г) $1\ 9B4,8C_{(16)}$.
11. Переведите десятичные числа 3750 и 3982 в двоичную систему счисления, пользуясь предварительным переводом в восьмеричную систему счисления.
12. Переведите в двоичную систему счисления десятичное число 92 608,34375, пользуясь предварительным переводом в шестнадцатеричную систему счисления.
13. Запишите в десятичной системе счисления числа $10_{(8)}$, $100_{(8)}$, $1\ 000_{(8)}$, $10\ 000_{(8)}$.
14. Назовем круглыми все числа, записываемые одной цифрой и несколькими (быть может, одним) нулями. Выпишите все двузначные и трехзначные круглые числа в пятеричной и семеричной системах счисления и переведите их в десятичную систему счисления.
15. Запишите в десятичной системе счисления число:
- а) $1\ 101,11_{(2)}$; г) $3,431_{(5)}$; ж) $175,61_{(8)}$;
б) $120,12_{(3)}$; д) $54,32_{(6)}$; з) $32,13_{(9)}$;
в) $2,31_{(4)}$; е) $223,14_{(7)}$; и) $A1F,96_{(16)}$.
16. Найдите основание системы счисления:
- а) $15_{(10)} = 30_{(s)}$; в) $150_{(10)} = 2112_{(s)}$;
б) $50_{(10)} = 302_{(s)}$; г) $500_{(10)} = 200112_{(s)}$;
17. Вычислите наибольшее и наименьшее
- а) натуральные четырехразрядные числа в системе счисления с основанием 7;
б) целые трехразрядные числа в системе счисления с основанием 6.
18. Какое наибольшее десятичное число можно записать тремя цифрами в двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления?
19. Выполните действия:
- а) $4\ 312_{(8)} + 2\ 727_{(8)}$; б) $314_{(5)} + 232_{(5)}$; в) $3\ 79B_{(16)} + 2\ DE5_{(16)}$;
г) $6\ 714_{(8)} - 3\ 505_{(8)}$; д) $A\ 256_{(16)} - 9E8_{(16)}$; е) $2\ 431_{(5)} - 1\ 302_{(5)}$;
ж) $7\ 0A9_{(16)} \times 138_{(16)}$; з) $665_{(7)} \times 43_{(7)}$; и) $42_{(6)} \times 31_{(6)}$;
к) $5\ 250_{(8)} : 76_{(8)}$; л) $A\ 178_{(16)} : 102_{(16)}$; м) $404\ 401_{(5)} : 113_{(5)}$;
н) $1\ 011\ 101\ 001,101_{(2)} + 10\ 111\ 011,011_{(2)} + 1\ 110\ 100,111_{(2)}$;
о) $1\ 111\ 000\ 110_{(2)} - 1\ 011\ 010_{(2)}$;
п) $1\ 111\ 010\ 001_{(2)} \times 10\ 001\ 011_{(2)}$;
р) $1\ 110\ 010\ 111\ 001_{(2)} : 10\ 011_{(2)}$.
20. Выполните в двоичной системе счисления сложение чисел 39 и 76, изображенных в десятичной системе счисления.

21. Выполните в двоичной системе счисления деление чисел 42 и 7, изображенных в десятичной системе счисления.
22. Сравните числа:
- а) $125(16)$ и $11110001010(2)$;
 - б) $757(8)$ и $1110010101(2)$;
 - в) $A23(16)$ и $1232(8)$;
 - г) $12,25(16)$ и $111,100010101(2)$;
 - д) $63,5751(8)$ и $11100,10101(2)$;
 - е) $B,A(16)$ и $11,3(8)$.
23. Вычислите:
- а) $(1\ 011\ 101 \times 111 + 10\ 001\ 101) : 1\ 001\ 000$ в двоичной системе;
 - б) $(11\ 211 - 11\ 130 : 12) \times 10$ в четверичной системе;
 - в) $33,14 + 0,31 : 0,4$ в пятеричной системе;
 - г) $143 \times 14 - 235\ 035 : 1\ 314$ в семеричной системе;
 - д) $(364 + 207) \times 12 + (4\ 301 - 613) : 32$ в восьмеричной системе;
 - е) $2AC \times F15 - 2A3 \times F6$ в шестнадцатеричной системе.
24. Произведите вычитание чисел $1\ 000\ 100\ 011_{(2)}$ и $1\ 100\ 111_{(2)}$ непосредственно с помощью двоичного дополнения.
25. Решите уравнение:
- а) $120x : 200 = 1022$ в троичной системе счисления;
 - б) $(b + 311) - 55 = 253$ в шестеричной системе счисления;
 - в) $(3\ 666 + k) \times 148 = 1\ 534\ 874$ в девятеричной системе счисления.

Тест 1

1. Система счисления – это
 - а) способ наименования и записи чисел;
 - б) способ вычислений;
 - в) способ решения задач;
 - г) другой ответ.
2. Непозиционной называется такая система счисления, в которой значение любой цифры
 - а) зависит от ее положения в ряду цифр, изображающих это число;
 - б) не зависит от ее положения в ряду цифр, изображающих это число;
 - в) зависит от буквы (или знака), стоящего рядом, над или под цифрой;
 - г) другой ответ.
3. Примером непозиционных систем счисления являются
 - а) древнеегипетская, древневавилонская, древнеславянская;
 - б) римская, древнегреческая, древнеиндийская;
 - в) древнегреческая, древнеегипетская, древнеславянская, римская;
 - г) другой ответ.
4. Основание системы счисления – это
 - а) постоянное отношение между единицами соседних разрядов;
 - б) разность единиц соседних разрядов;
 - в) произведение единиц соседних разрядов;
 - г) другой ответ.
5. Основанием системы счисления может быть
 - а) любое целое число, отличное от единицы;
 - б) любое натуральное число, отличное от единицы;
 - в) любое рациональное число отличное от единицы;
 - г) другой ответ.
6. Основание системы счисления записывается
 - а) в виде числа, соответствующего названию системы счисления;
 - б) в виде двух цифр 10;
 - в) другим способом.
7. Количество цифр для записи чисел в позиционной системе счисления
 - а) выбирается произвольно;
 - б) задается условно в каждом отдельном случае;
 - в) соответствует основанию системы счисления;
 - г) другой ответ.
8. Буквы А, В, С, D, Е, F в шестнадцатеричной системе счисления являются
 - а) числами, соответственно равными 10, 11, 12, 13, 14, 15;
 - б) цифрами, соответственно равными 10, 11, 12, 13, 14, 15;
 - в) знаками действий;
 - г) другой ответ.
9. Полином – это
 - а) запись любого числа в позиционной системе счисления;
 - б) способ перевода из одной системы счисления в другую;

- в) арифметическое действия в позиционной системе счисления;
- г) другой ответ.

10. В современных ЭВМ используются

- а) все позиционные системы счисления;
- б) десятичная и двоичная системы счисления;
- в) двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная системы счисления;
- г) другой ответ.

Тест 2

1. Укажите количество цифр в тринадцатеричной системе счисления.
а) 13; б) 12; в) 10; г) 30.
2. Эквивалентом числа 10 в двоичной системе счисления является число
а) 0010; б) 1000; в) 1010; г) 0100.
3. В какой системе счисления справедливо равенство $10 \times 10 = 100$?
а) в 10-тичной; б) в 2-ичной; в) во всех; г) в 5-ричной.
4. Укажите младший значащий разряд числа 951,34.
а) 9; б) 1; в) 3; г) 4.
5. В каком случае произойдет перенос единицы в старший разряд?
а) $03_{(10)} + 06_{(10)}$; б) $04_{(10)} + 07_{(10)}$; в) $01_{(10)} + 08_{(10)}$; г) $02_{(10)} + 07_{(10)}$.
6. В математической олимпиаде участвовало 13 девочек и 54 мальчика, а всего 100 человек. В какой системе счисления записаны эти сведения?
а) 9-ричной; б) 10-тичной; в) 8-ричной; г) 7-ричной.
7. В какой системе счисления выполнено сложение $756 + 307 + 2\,456 + 24 = 3\,767$?
а) 9-ричной; б) 10-тичной; в) 8-ричной; г) 7-ричной.
8. Назовите основание системы счисления, в которой $90_{(10)} = 10\,100_{(S)}$.
а) $S = 2$; б) $S = 3$; в) $S = 4$; г) $S = 5$.
9. В системе счисления с нечетным основанием число делится на 2, если
а) число четное; б) число нечетное; в) сумма цифр – четное число.
10. Какую цифру надо поставить вместо *, чтобы число $21*1021$ было четным?
а) 0; б) 2; в) 1; г) 3.
11. Каким свойством должно обладать десятичное число, чтобы после перевода его в шестнадцатеричную систему счисления оно было круглым?
а) оканчиваться нулями;
б) быть кратным числу 16^n ;
в) быть делителем числа 16×10^n .
12. Число $1984_{(10)}$ представлено как сумма термов. Какая запись верна?
а) $1 \times 10^4 + 9 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 4 \times 10^1$;
б) $1 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 4 \times 10^0$;
в) $1 + 9 + 8 + 4$.

Раздел 3. Занимательный материал

3.1. Великие и знаменитые о системах счисления

Отдельное число получает некоторое качество уже в числовой системе и сообразно тому, какова эта система. 9 есть не только суммированная девять раз 1, но и основание для 90, 99, 90 000 и т.д. Все числовые законы зависят от положенной в основу системы и определяются ею. В двоичной и троичной системах $2 \times 2 \neq 4$, а 100 или $= 11$. Во всякой системе с нечетным основанием теряет свою силу различие четных и нечетных чисел. Например, в пятеричной системе $5 = 10$, $10 = 20$, $15 = 30$. Точно так же в этой системе теряет свою силу правило о сумме цифр, делящихся на 3. для чисел, кратным трем, соответственно – девяти ($6 = 11$, $9 = 14$). Таким образом, основание числовой системы определяет качество не только себя самого, но и всех прочих чисел.

Энгельс Ф.

Для специалиста 375 основаны на формуле $an^2 + bn^1 + cn^0$; специалист скажет даже, что в строго научном смысле 375 непонятны без формулы $an^2 + bn^1 + cn^0$.

Чернышевский Н. Г.

Число, выраженное десятичным знаком, прочтет и немец, и русский, и араб, и янки одинаково.

Менделеев Д.И.

Возможно, что если бы люди имели одиннадцать пальцев, была бы принята одиннадцатеричная система счисления.

Лебег А.

Если бы число пальцев на руках и ногах у человека было другое, иные были бы, конечно, и господствующие во всем мире системы счисления; расти на руках у каждого человека еще по одному пальцу, цивилизованные народы приняли бы за основание счета не десятков, а дюжину...

Одним из ревностных защитников двенадцатеричной нумерации был шведский король Карл XII, который перед самой своей смертью собирался заменить в своих владениях десятичную систему двенадцатеричной...

Преимущества числа двенадцать, как основания счета, были признаны лишь тогда, когда арифметика развилась настолько, что стала невозможной какая-либо перемена в системе нумерации.

Кэджори Ф.

Говоря о круглых числах, мы обычно не отдаем себе отчета в том, что деление чисел на круглые и некруглые, по существу, условно и что одно и то же число может быть круглым или некруглым в зависимости от того, какой системой записи чисел или, как обычно говорят, какой системой счисления мы пользуемся.

Фомин С.

Операции над числами, которые появились вместе с Диофантом и позже в математике у греков, получили свое дальнейшее развитие благодаря широкому применению системы чисел, известной еще сирийцами, хотя ими и не употреблявшейся. Это изобретение оказало такое же влияние на арифметику, как открытие алфавита на письмо.

До этого арифметика, как только она выходила за пределы того, что может быть вычислено на пальцах или счетах, была тайной, понятной только самым образованным. Арабские же числа сделали ее доступной любому грамотному человеку.

Бернал Д.

Нет сомнения в том, что наши предки изобрели десятичную систему, считая на пальцах. Мы же, если учесть достоинства восьмеричной системы, должны испытать чувства глубокого сожаления оттого, что наши предки не пропускали больших пальцев, хотя природа достаточно ясно выделила их среди прочих пальцев руки как бы для того, чтобы уберечь человеческий род от возможной ошибки.

Джонсон В.

3.2. Это интересно!

В древнейшее время в Греции была распространена так называемая аттическая нумерация. Числа 1, 2, 3, 4 обозначались черточками:

1 2 3 4
I II III IIII

Число 5 записывалось знаком Г (древнее начертание буквы «пи», с которой начинается слово «пенте» - пять).

Числа 6, 7, 8, 9 обозначались так:

5 6 7 8 9
Г ГГ ГГГ ГГГГ ГГГГГ

Число 10 обозначалось Δ (начальной буквой слова «дека» - десять). Числа 100, 1000 и 10 000 обозначались Η, Χ, Μ – начальными буквами соответствующих слов.

10 100 1000 10000
Δ Η Χ Μ

Числа 50, 500 и 5000 обозначались комбинациями знаков 5 и 10, 5 и 100, 5 и 1000, а именно:

50 500 5000
ΓΔ ΓΗ ΓΧ

Остальные числа в пределах первого десятка тысяч записывались так:

В третьем веке до нашей эры аттическая нумерация была вытеснена так называемой ионийской системой. В ней числа 1 – 9 обозначаются первыми девятью буквами алфавита: α (альфа), β (бэта), γ (гамма), δ (дельта), ε (эпсилон), ς (фау), ζ (дзета), η (эта), θ (тэта).

1 2 3 4 5 6 7 8 9
α β γ δ ε ς ζ η θ

Числа 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 – следующими девятью буквами: ι (йота), κ (каппа), λ (ламбда), μ (мю), ν (ню), ξ (кси), ο (омикрон), π (пи), ς (копа).

10 20 30 40 50 60 70 80 90
ι κ λ μ ν ξ ο π ς

Числа 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 – последними девятью буквами: ρ (ро), σ (сигма), τ (тау), υ (юпсилон), φ (фи), χ (хи), ψ (пси), ω (омега), Ϸ (сампи). (Буквы ς (фау), с (копа), Ϸ (сампи) отсутствуют в современном греческом алфавите.)

100	200	300	400	500	600	700	800	900
ρ	Ϛ	τ	υ	φ	χ	ψ	ω	ξ

Для обозначения тысяч и десятков тысяч пользовались теми же цифрами с добавлением особого значка «'» сбоку: $\alpha' = 1000$, $\beta' = 2000$ и т.д.

Для отличия цифр от букв, составляющих слова, писали черточки над цифрами. Например,

$$\bar{\iota}\eta = 18, \bar{\mu}\zeta = 47, \bar{\nu}\zeta = 407, \chi\bar{\kappa}\alpha = 621, \chi\bar{\kappa} = 620 \text{ и т.д.}$$

...Алфавитную нумерацию, подобную древнегреческой, имели в древности евреи, арабы и многие другие народы Ближнего Востока. У какого народа она возникла впервые неизвестно.

...В древнеегипетских иероглифических записях использовались следующие знаки:

1	10	100	1000	10 000
100 000	1 000 000	10 000 000		

Число 127, например, записывалось как $\text{ϙ}\eta\eta\eta\eta$.

Это пример аддитивной (от латинского *addatio* – складывание) системы. Чтобы узнать какое число записано, нужно просто сосчитать сумму всех входящих в запись чисел, порядок расположения знаков учитывать не нужно.

...В Древнем Риме в качестве «ключевых» использовались числа 1, 5, 10, 50, 100, 500 и 1000. Они обозначались соответственно буквами I, V, X, L, C, D и M.

Все целые числа (до 5000) записывались с помощью повторения выше приведенных цифр. При этом, если большая цифра стоит перед меньшей, то они складываются, если же меньшая стоит перед большей (в этом случае она не может повторяться), то меньшая вычитается из большей: VI = 6, т.е. 5 + 1; IV = 4, т.е. 5 – 1; XL = 40, т.е. 50 – 10; LX = 60, т.е. 50 + 10. Подряд одна и та же цифра ставится не более трех раз: LXX = 70, LXXX = 80, число 90 записывается XC (а не LXXXX).

Например: XXVIII = 28, XXXIX = 39, CCCXCVII = 397, MDCCCXVIII = 1818.

Выполнение арифметических действий над многозначными числами в этой записи очень трудно. Однако римская нумерация сохранилась до настоящего времени. Ее используют для обозначения юбилейных дат, наименования конференций, глав в книгах и т.д.

...На Руси в старину цифры обозначались буквами. Для указания того, что знак является не буквой, а цифрой, сверху над ними ставился специальный знак «□», называемый «титло».

Первые девять цифр записывались так:

А	В	Г	Д	Е	З	З	И	Ѧ
аз	веди	глаголь	добро	есть	зело	земля	иже	фита
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Десятки обозначались так:

І	К	Л	М	Н	Ѫ	Ѧ	П	Ч
и	нако	люди	мыслете	наш	кси	он	покой	червь
10	20	30	40	50	60	70	80	90

Сотни обозначались так:

Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ'	Ѧ	Ѧ	Ѧ
рцы	слово	твёрдо	ук	ферт	хер	пси	о	цы
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Тысячи обозначались теми же буквами с «титлами», что и первые девять цифр, но у них слева ставился знак «≠»: ≠А□ = 1000, ≠В□ = 2000, ≠Е□ = 5000.

Десятки тысяч назывались «тьма», их обозначали, обводя знаки единиц кружками:

$$\textcircled{\text{А}} = 10\,000, \quad \textcircled{\text{В}} = 20\,000, \quad \textcircled{\text{И}} = 80\,000.$$

Отсюда произошло выражение «Тьма народу», т.е. очень много народу.

Сотни тысяч назывались «легионами», их обозначали, обводя знаки единиц кружками из точек:

$$\textcircled{\text{А}} = 100\,000, \quad \textcircled{\text{В}} = 200\,000, \quad \textcircled{\text{И}} = 800\,000.$$

Миллионы назывались «леодрами». Их обозначали, обводя знаки единиц кружками из лучей или запятых:

$$\textcircled{\text{А}} = 1\,000\,000, \quad \textcircled{\text{В}} = 2\,000\,000.$$

Десятки миллионов назывались «воронами» или «вранами» и их обозначали, обводя знаки единиц кружками из крестиков или ставя по обе стороны букву К:

$$\begin{array}{c} ++ \\ + \text{А} + \\ ++ \end{array} \text{ или } \text{КА} \square \text{К} = 10\,000\,000, \quad \begin{array}{c} ++ \\ + \text{В} + \\ ++ \end{array} \text{ или } \text{КВ} \square \text{К} = 20\,000\,000.$$

Сотни миллионов назывались «колодами». «Колода» имела специальное обозначение – над буквой и под буквой ставились квадратные скобки:

$$\overline{\text{А}} = 100\,000\,000.$$

Числа от 11 до 19 обозначались так:

А□І = 11, В□І = 12, Г□І = 13, Д□І = 14, Е□І = 15, Ѡ□І = 16, З□І = 17, И□І = 18, Ѧ□І = 19.

Остальные числа записывались буквами слева направо, например, числа 544 и 1135 имели соответственно обозначения

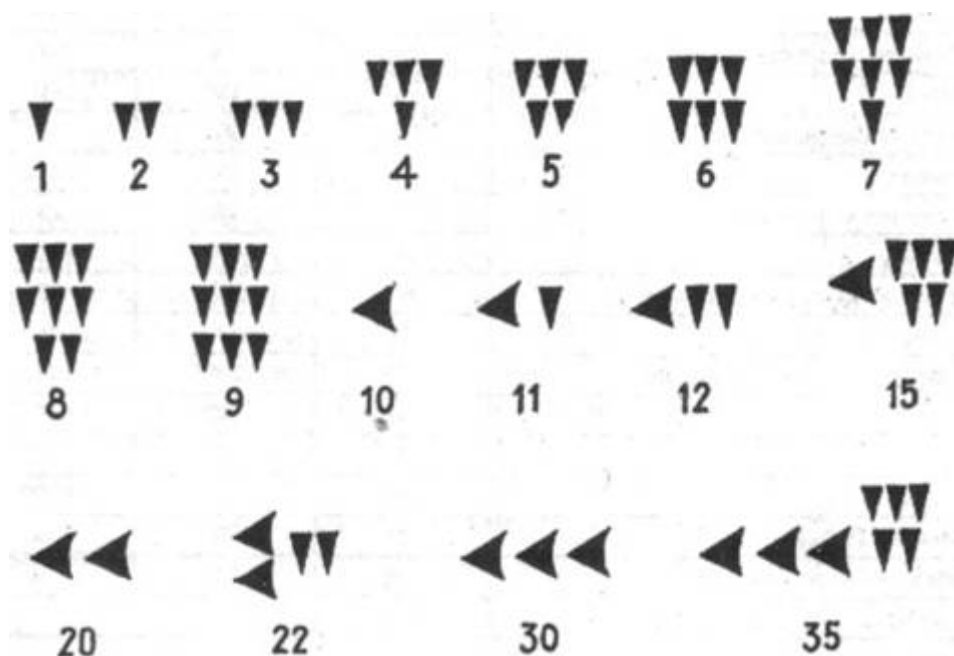
$$\overline{\Phi\overline{MД}}, \neq \overline{AP\overline{ЛЕ}}.$$

При записи чисел, больших, чем тысячи, в практической деятельности (счете, торговле и т.д.) часто вместо «кружков» знак «≠» ставили перед буквами, обозначающими десятки и сотни:

$$\neq \overline{\Phi\overline{MД}} = 500\ 044, \quad \neq \overline{\Phi\neq MД} = 540\ 004.$$

В приведенной системе обозначения чисел не шли дальше тысяч миллионов. Такой счет назывался «малый счет».

...Самая древняя позиционная система известна по клинописным табличкам вавилонян, найденным в долине между Тигром и Евфратом, возраст которых более 2 или даже 3 тысячелетий. Все иероглифы жителей Древнего Вавилона составлялись из узких вертикальных и горизонтальных клинышков, эти два значка использовались и для записи чисел. Один вертикальный клинышек обозначал единицу, горизонтальный – десяток.



Эти группы значков служили «цифрами» шестидесятеричной системы. Если требовалось записать число, больше 60, то слева от количества «единиц» записывалась еще одна такая же «цифра», означающая уже число следующего, второго разряда, в 60 раз большего, затем еще левее – «цифра» третьего разряда, в $60^2 = 3600$ раз большего, чем простая единица, и т.д. Таким образом, древневавилонскую систему можно назвать шестидесятеричной позиционной системой счисления: «ключевыми» числами в ней служат степени числа 60, то есть 1, 60, 60^2 , 60^3 , ...

... О том, когда и как возникла у вавилонян шестидесятеричная система, существует много гипотез, но ни одна пока не доказана. Одна из гипотез, состоит в том, что произошло смешение двух племен, одно из которых пользовалось шестеричной системой, а другое – десятичной. Шестидесятеричная система возникла как компромисс между этими двумя системами. Другая гипотеза состоит в том, что вавилоняне считали продолжительность года равной 360 суткам, что, естественно, связывают с числом 60.

... Шестидесятеричная система, в некоторой степени, сохранилась до наших дней, например, в делении часа на 60 минут, а минуты - на 60 секунд и в аналогичной системе измерение углов: 1 градус равен 60 минутам, 1 минута – 60 секундам.

...Простейшая система записи натуральных чисел требует лишь одной цифры, например «палочки» (или зарубки на дереве, как у первобытного человека, или узелка на веревке, как у индейцев Америки), которая изображает единицу. Повторяя этот знак, можно записать любое число: каждое число n записывается просто n «палочками». В такой системе счисления удобно выполнять арифметические действия. Но подобный способ записи очень не экономичен и для больших чисел неизбежно приводит к ошибкам в счете.

...Простейшей из всех позиционных систем следует считать двоичную систему счисления с основанием 2.

...Двоичной системой пользовались при счете некоторые первобытные племена, она была известна еще древнекитайским математикам, но по настоящему развил и построил двоичную систему великий немецкий математик Лейбниц, видевший в ней олицетворение глубокой метафизической истины.

...Двоичной системой счисления пользуются некоторые автохтонные (местные) культуры в Африке, Австралии и Южной Америке.

...Для изображения чисел в двоичной системе счисления требуется лишь две цифры: 0 и 1. По этой причине двоичную запись числа легко представить, пользуясь физическими элементами, которые имеют два различных устойчивых состояния. Именно это и послужило одной из важных причин широкого использования двоичной системы в современных электронных вычислительных машинах.

...На пальцах рук можно «изобразить» любое двоичное число от 1 до 1 111 111 111 (последнее число эквивалентно в десятичной системе числу 1023).

...Основной операцией в двоичной системе счисления является сложение: умножение сводится к сдвигам множимого и сложения; деление выполняется путем последовательного вычитания, которое в свою очередь сводится к сложению с двоичным дополнением.

...Самой экономичной из всех систем счисления является троичная. Двоичная и равносильная ей, в смысле экономичности, четверичная системы, несколько уступают в этом отношении троичной, но превосходят все основные возможные системы. Если для записи чисел от 1 до 10 в десятичной системе требуется 90 различных состояний, а в двоичной – 60, то в троичной системе достаточно 57 состояний.

...Задачи, характеризующиеся тремя величинами, нередко легче всего решаются в троичной системе, имеющей своим основанием число 3.

...Наиболее привычная ситуация, в которой проявляется необходимость троичного анализа, - это, пожалуй, взвешивание на чашечных весах. Здесь могут возникнуть три разных случая: либо одна из чашек перевесит другую, либо наоборот, либо же чашки уравновесят друг друга.

...Четверичной системой счисления пользуются, главным образом, индейские племена Южной Америки и индейцы юкки в Калифорнии, считающих на промежутках между пальцами.

...Пятеричная система счисления была распространена гораздо шире, чем все остальные.

...Индейцы племени таманакос в Южной Америки употребляют для обозначения числа 5 то же слово, что и для обозначения «всей руки». Слово «шесть» по-таманакски означает «один палец на другой руке», семь – «два пальца на другой руке» и т.д. для восьми и девяти. Десять называется «двумя руками». Желая назвать число от 11 до 14, таманакос протягивают вперед обе руки и считают: «один на ноге, два на ноге» и т.д. до тех пор, пока не доходят до 15 – «всей ноги». Затем следует «один на другой ноге» (число 16) и т.д. до 19. Число 20 по-таманакски означает «один индеец», 21 – «один на руке другого индейца». «Два индейца» означают 40, «три индейца» – 60.

...У жителей древней Явы и у ацтеков продолжительность недели составляла 5 дней.

...Некоторые историки считают, что римское число X (десять) составлено из двух римских пятерок V (одна из них перевернута), а число V в свою очередь возникло из стилизованного изображения человеческой руки.

...Широкое распространение имела в древности двенадцатеричная система счисления. Происхождение ее тоже связано со счетом на пальцах. А именно, так как четыре пальца руки (кроме большого) имеют в совокупности 12 фаланг, то по этим фалангам, перебирая их по очереди большим пальцем, и ведут счет от 1 до 12. Затем 12 принимают за единицу следующего разряда.

...Основное преимущество двенадцатеричной системы состоит в том, что ее основание делится без остатка на 2, 3 и 4. Сторонники двенадцатеричной системы появились еще в XVI веке. В более позднее время к их числу принадлежали столь выдающиеся люди, как Герберт Спенсер, Джон Квинси Адамс и Джордж Бернард Шоу. Существует даже американское двенадцатеричное общество, выпускающее два периодических издания: «Двенадцатеричный бюллетень» и «Руководство по двенадцатеричной системе». Всей «двенадцатеричников» общество снабжает специальной счетной линейкой, в которой в качестве основания используется 12. По уставу общества число 10 обозначается знаком X (читается «дэк») а число 11 – знаком **£** (тройка, отраженная в зеркале), который произносится как «эл». Первые три степени числа 12 называются соответственно «до», «гро», «мо»; поэтому, например, число ПХ читается следующим образом: «мо-гро-до-дек».

...В устной речи остатки двенадцатеричной системы сохранились и до наших дней: вместо того, чтобы сказать «двенадцать», часть говорят «дюжина». Сохранился обычай считать многие предметы не десятками, а именно дюжинами, например, столовые приборы в сервизе (сервиз на 12 персон) или стулья в мебельном гарнитуре.

...Название единицы третьего разряда в двенадцатеричной системе счисления – гросс – встречается теперь редко, но в торговой практике начала XX столетия оно бытовало и, еще сто лет назад, его можно было легко встретить. Например, в написанном в 1928 году стихотворении «Плюшкин» В.В. Маяковский, высмеивая мещан, скупающих подряд все нужное и ненужное, писал:

«...укупил
двенадцать гроссов
дирижерских палочек.»

...Дюжина гроссов называлась «масса». Однако сейчас такое значение слова «масса» мало кому известно. Хотя возможно, именно в нем лежит корень таких употребительных выражений, как «масса дел», «масса людей».

... Для записи чисел в двенадцатеричной системе счисления требуется 12 цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. Цифры 10 и 11 здесь являются однозначными, так как они меньше основания. Для обозначения этих цифр использовались цифры $\overline{0}$ и $\overline{1}$.

...Несомненные остатки двенадцатеричной системы имеются у англичан в системе мер (1 фут = 12 дюймам) и в денежной системе (1 шиллинг = 12 пенсам).

...Со счетом на пальцах связана и двадцатеричная система счисления, которая была распространена в Центральной Америке (у древних ацтеков и майя) и среди населявших Западную Европу древних кельтов.

...Некоторые следы двадцатеричной системы кельтов сохранились в современном французском языке: например, «восемьдесят» по-французски будет quatre-vingts, то есть буквально «четырежды двадцать».

...Число 20 встречается и во французской денежной системе: основная денежная единица – франк – делится на 20 су.

...Сторонникам шестнадцатеричной системы написано немало забавнейших книг. В 1862 году Джон У. Нистром выпустил в Филадельфии частное издание – «Проект новой арифметической и денежной системы мер и весов, которую предлагается назвать тональной системой, с основанием, равным шестнадцати». В своем «Проекте» Нистром требует, чтобы числа от 1 до 16 назывались «эн», «ди», «тай», «гоу», «сю», «бай», «ра», «ми», «най», «коу», «хью», «вай», «ла», «поу», «фай», «тон».

...Джозеф Боуден, математик из Адельфийского колледжа, считал наиболее подходящим основанием число 16, но предлагал сохранить обычные названия для чисел от 1 до 12, а остальные четыре числа назвать «тран», «фрон». «фин», «ванти». В обозначениях Боудена число 255 запишется как **zz**. Этот символ читается «финти фин».

...Восьмеричная (или смешанная двоично-восьмеричная) система уже давно находится «на вооружении» ЭВМ, а шестнадцатеричная система с цифрами 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E и F составляют важную часть языка некоторых вычислительных устройств.

...Рядом преимуществ, в основном с точки зрения специалистов по теории чисел, обладают системы счисления с простым основанием. В пользу систем с основанием 7 и 11 высказывался, например, известный французский математик XVIII века Лагранж.

...Семеричная система счисления западноафриканского племени бола и одиннадцатеричная система древних маори упоминаются в «Кратком очерке истории математики» У. У. Роуза Бола.

...Системы счисления с основанием 6 и 9 у первобытных племен встречаются чрезвычайно редко.

...Системы счисления, принятые у первобытных народов, как правило, имеют основание 5, 10 или 20.

...Современная десятичная система счисления сформировалась в Индии к 570 году новой эры. Это самая совершенная из всех систем.

...Причины, по которым именно десятичная система оказалась общепринятой, совсем не математического характера. Десять пальцев рук – вот тот первоначальный аппарат для счета, которым человек пользовался, начиная с доисторических времен. По пальцам удобно считать до десяти. Сосчитав до десяти, т.е. используя до конца возможности нашего природного «счетного аппарата», естественно принять само число 10 за новую, более крупную единицу (единицу следующего разряда). Десять десятков составят единицу третьего разряда и т.д. Таким образом, именно счет по пальцам рук положил начало той системе, которая кажется нам сейчас чем-то само собой разумеющимся.

...Во многих языках слова, служащие для обозначения чисел, нередко совпадали с названиями пальцев рук, ног или других частей человеческого тела. Так, английское слово digit (цифра) происходит от латинского слова finger – палец и свидетельствует о том, что англосаксы на ранних этапах своего развития считали на пальцах. Здесь также имеются довольно забавные исключения. На языке маори число 4 обозначается тем же словом, что и собака. Вероятно это связано с тем, что у собаки 4 ноги. На языке вымершего племени южноамериканских индейцев абипонес слово 4 означало «птичью лапку» - «три пальца впереди и один сзади».

...Долгое время среди ученых бытовало мнение, будто первобытные люди умели считать только до двух, так как для обозначения чисел у многих племен были лишь слова «один», «два» и «много».

Однако, как показали более поздние исследования, употребление одного и того же слова для всех чисел больше 2 отнюдь не означает, что первобытный человек не сознавал различия между пятью и шестью камешками. Выяснилось, что племена с ограниченным запасом слов для обозначения чисел владели довольно хитроумными способами счета на пальцах рук и ног, привлекая порой и другие части тела. Например, вместо того чтобы запомнить слово, означающее 15, первобытный человек мог запомнить, что он остановился на большом пальце левой ноги.

3.3. Викторина

1. До сих пор некоторое употребление имеет римская система счисления. Эта система непозиционная; скорее ее следует назвать аддитивной, поскольку число образуется при сложении и вычитании специальных знаков.
Предложите способ перевода римских чисел в десятичные и обратно.
2. Перечислите семь узловых чисел в римской системе нумерации. Каким числам в десятичной системе счисления они соответствуют?
3. Какое самое большое и какое самое маленькое числа можно записать при помощи семи «ключевых» римских чисел?
4. Какое из чисел больше: а) 2 500 или MMCD? б) CD или CCC? в) CM или MC?
5. Запишите в римской системе счисления сумму чисел 63 457 и 18 312.

переводя его в десятичную систему, делится ли оно без остатка на два? Если записано в семеричной системе, то делится ли оно без остатка на шесть? Если написано в десятичной системе, то делится ли оно без остатка на 4?

23. Для систем счисления с основанием $S = 4, 5, 6, \dots$ найдите два $(S-1)$ -значных числа в системе счисления с основанием S , в записи каждого из которых встречаются все цифры кроме 0, и одно получается из другого умножением на $S-2$.

3.4. Головоломки. Ребусы. Кроссворды

3.4.1. Головоломка «На единицу меньше»

Можно ли ты найти сумму слагаемых $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64$, не прибегая к сложению.

3.4.2. Загадка «Необыкновенная биография»

В книге «Занимательная арифметика» Якова Исидоровича Перельмана приводится странная биография, которая была якобы найдена в бумагах одного математика. Текст ее такой:

«Я окончил школу 200-летним юношей и поступил в том же году в институт, который успешно окончил в возрасте 211 лет. Вместе со своей маленькой сестренкой, которая училась в 10 классе начальной школы и была в возрасте 101 года, я поехал на учительскую работу. Школа помещалась в 12 км от железной дороги. Это расстояния я не спеша, легко преодолевал за час, а на велосипеде даже за какие-нибудь 211 минут. Работа в школе мне давалась легко, нагрузка у меня была небольшая: 201 час в неделю. Сестра моя училась очень хорошо и через 21 год окончила десятилетку, будучи совсем молоденькой девушкой: ей исполнилось 122 года».

Как понять эту странную биографию?

3.4.3. Стихотворение-загадка А. Старикова.

Прочитайте стихотворение. И нарисуйте девочку, образ которой вы мысленно создавали при чтении стихотворения.

Необыкновенная девочка

Ей было тысяча сто лет,
Она в сто первый класс ходила,
В портфеле по сто книг носила –
Все это правда, а не бред.
Когда, пыля десятком ног,
Она шагала по дороге,
За ней всегда бежал щенок
С одним хвостом, зато стоногий.

Она ловила каждый звук
Своими десятью ушами,
И десять загорелых рук
Портфель и поводок держали.
И десять темно-синих глаз
Рассматривали мир привычно...
Но станет все совсем обычным,
Когда поймете наш рассказ.

3.4.4. Ребусы

Решите ребусы, при условии, что разные буквы соответствуют разным цифрам, одинаковые буквы – одинаковым цифрам; буква и звездочки могут обозначать одинаковые цифры.

$$\begin{array}{r} \text{МУХА}_{(8)} \\ \text{а) } + \text{МУХА}_{(8)} \\ \text{МУХА}_{(8)} \\ \hline \text{СЛОУ}_{(8)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{СУДАК}_{(16)} \\ \text{б) } + \text{НАЛИМ}_{(16)} \\ \text{ОКУНЬ}_{(16)} \\ \hline \text{РЫБКА}_{(16)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{КОСА}_{(9)} \\ \text{в) } + \text{ПОЛЕ}_{(9)} \\ \hline \text{СЕНО}_{(9)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{г)} \quad \text{МУХА}_{(7)} \\ + \text{МУХА}_{(7)} \\ \hline \text{ЖАБА}_{(7)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{д)} \quad - \text{ОЗЕРО}_{(9)} \\ \quad \text{РЫБА}_{(9)} \\ \hline \text{РАК}_{(9)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{е)} \quad - \text{ГОРА}_{(7)} \\ \quad \text{ХОЛМ}_{(7)} \\ \hline \text{ХОЛМ}_{(7)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{ж)} \quad \text{ПОЛК}_{(9)} \\ + \text{ПОЛК}_{(9)} \\ \hline \text{АРМИЯ}_{(9)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{з)} \quad \text{РЕКА}_{(6)} \\ + \text{РЕКА}_{(6)} \\ \hline \text{МОРЕ}_{(6)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{и)} \quad \text{ЕЛБ}_{(5)} \\ + \text{ЕЛБ}_{(5)} \\ \hline \text{ЛЕС}_{(5)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{к)} \quad \times \text{ДОМ}_{(7)} \\ \quad \text{ДОМ}_{(7)} \\ \hline \quad * * * * \\ \quad \text{ДОМ} \\ * * * \\ \hline \text{СЕ*ЛО}_{(7)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{л)} \quad \times \text{ККК}_{(4)} \\ \quad \text{ККК}_{(4)} \\ \hline \quad * * * \\ \quad * * * \\ * * * \\ \hline \text{КАЗАК}_{(4)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{н)} \quad \times \text{ООО}_{(6)} \\ \quad \text{ООО}_{(6)} \\ \hline \quad \text{АЛЛО} \\ \quad \text{АЛЛО} \\ \text{АЛЛО} \\ \hline * * * * \text{А} \text{О}_{(6)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{н)} \quad \times \text{ААА}_{(5)} \\ \quad \text{ААА}_{(5)} \\ \hline \quad \text{ВВВ} \\ \quad \text{ВВВ} \\ \text{ВВВ} \\ \hline \text{СС0DDВ}_{(5)} \end{array}$$

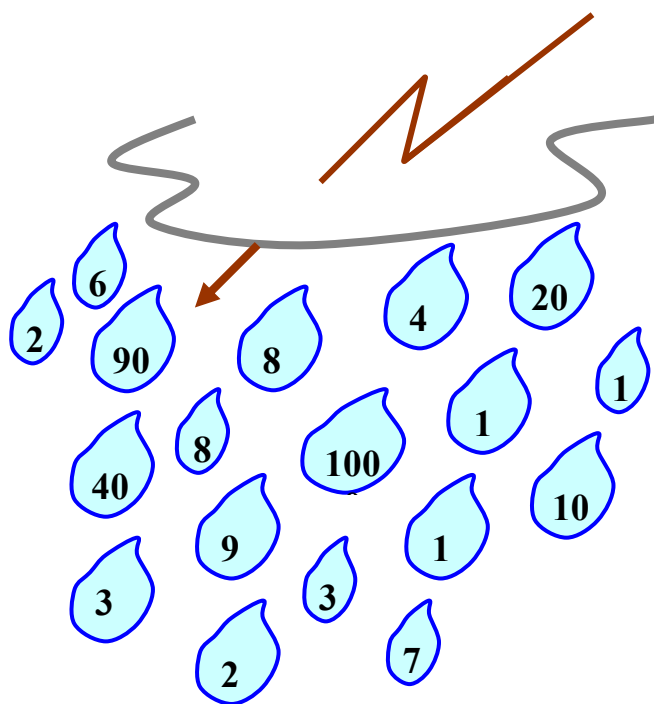
о) Решите в различных системах счисления

$$\begin{array}{r} \times \quad * * * \\ \quad \text{ААА} \\ \hline \quad * * * \\ \quad * * * \\ * * * \\ \hline \text{АА} * * * * \end{array}$$

- п) Жители одной из далеких планет нацарапали на скале пример на сложение. Предположим, что они пользуются позиционной системой счисления, а в качестве основания выбрали число пальцев на руке. Спрашивается, сколько пальцев на руке у инопланетянина?

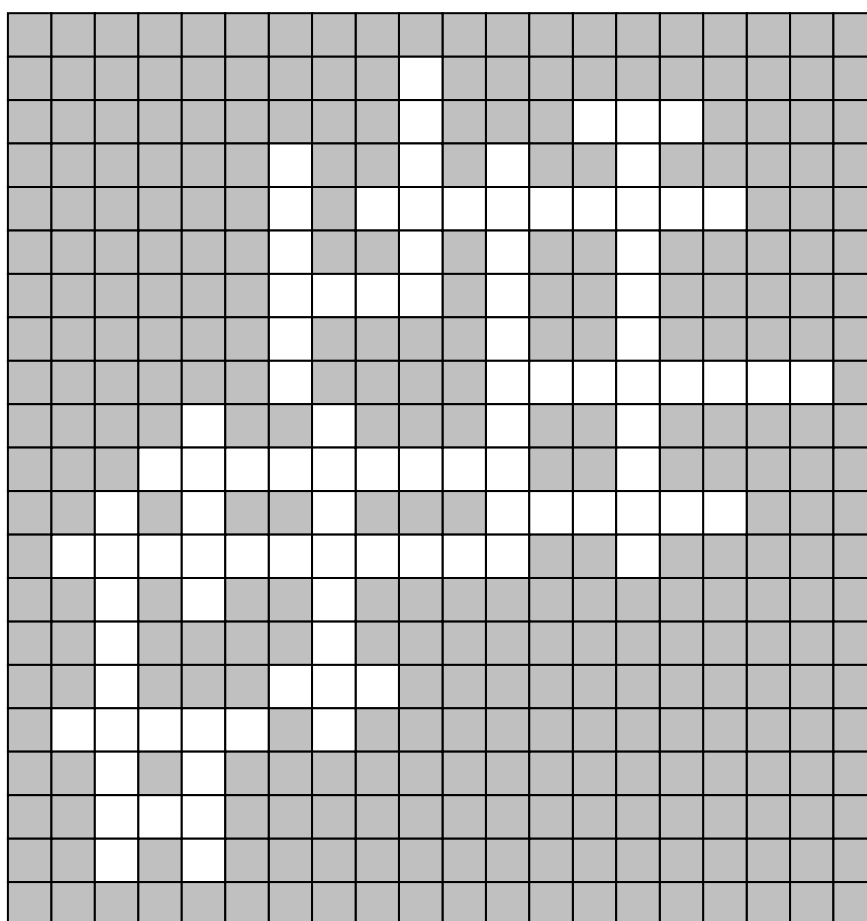
$$\begin{array}{r} + \quad \begin{array}{cc} \square \times & \star \end{array} \\ \quad \begin{array}{cc} \square \times & \star \end{array} \\ \hline \begin{array}{ccc} \square \times & \star & \square \times \end{array} \end{array}$$

3.4.5. Кроссворд № 1



Туча черная нависла,
Трехраскатный грянул гром.
Из нависшей тучи числа
Сразу хлынули дождем.
Дождь из чисел?! Но не спорьте,
А подумайте чуть-чуть
И расставьте их в кроссворде,
Но словами! В том и суть.

Впишите в клетки кроссворда числа, которые
могут служить основаниями систем счисления.



3.4.6. Кроссворд № 2

По горизонтали:

1. Заранее намеченная система деятельности, предусматривающая порядок, последовательность и сроки выполнения работ.
3. Показатель, примета, знак, по которым можно узнать, определить что-либо.
4. Первоначальный аппарат для счета, которым пользовался человек, начиная с древнейших времен.
6. То, что служит для разгадки, понимания, овладения.
7. Одна двенадцатая часть фута.
13. Знак, служащий для обозначения чисел.
15. Действие или система действий, применяемые при исполнении вычислительных работ.
16. Одна шестидесятая часть градуса.
17. Дюжина grossов.
20. Действительное число, от прибавления которого никакое число не меняется.
22. Первая часть сложных слов со значением «одиночный».
25. Система условных обозначений сигналов, передающих информацию.
26. Определенное постоянное для каждой системы счисления отношение единиц соседних разрядов.
27. Наименьшее из чисел, служащих основанием позиционной системы счисления.
32. Определенное подразделение внутри множества.
33. Страна, народ которой пользовался аддитивной системой записи чисел.
34. Наименьшее натуральное число во всех системах счисления.

По вертикали:

1. Положение цифры в записи числа.
2. Счетная доска.
4. Общий вид записи числа в позиционной системе счисления.
5. Немецкий ученый, который развил и построил двоичную систему счисления.
8. Часть единицы.
9. Страна, народ которой в древности пользовался пятеричной системой счисления.
10. Единица третьего разряда в двенадцатеричной системе счисления.
11. Отдельная отрасль знаний.
12. Результат, получаемый при вычитании из делимого произведения делителя на целое число.
14. Сведения о числах, расположенные по графикам.
18. Относительно целостное множество единиц, существующее в составе сложного единства, расчленяемого на такие множества.
19. Автор брошюры «Системы счисления», вышедшей в издательстве «Наука» в 1980 году.
21. Вторая степень числа три.
23. Процесс увеличения вдвое.
24. Действительное число, от умножения на которое любое число не меняется.
28. Денежная единица Англии, равная 12 пенсам.
29. Математическое упражнение, требующее некоторых действий над числами.
30. Место, занимаемое цифрой при записи числа.
31. Число (или величина), получающееся повторным умножением другого числа (или величины) на самого себя.

									1		2							
						3												
					4								5					
				6							7							
			8					9		10					11			
	12						13										14	
	15											16						
							17											
						18						19						
				20					21		22							
			23												24			
	25				26										27			
					28		29				30		31					
										32								
			33															
										34								

Ответы

Раздел 2. Проверь себя

1. а) $1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-2}$;
б) $3 \cdot 9^2 + 2 \cdot 9^1 + 7 \cdot 9^0 + 8 \cdot 9^{-1} + 6 \cdot 9^{-2} + 2 \cdot 9^{-3}$;
в) $7 \cdot 8^3 + 7 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 2 \cdot 8^0 + 6 \cdot 8^{-1} + 3 \cdot 8^{-2}$;
г) $1 \cdot 7^2 + 3 \cdot 7^1 + 5 \cdot 7^0 + 4 \cdot 7^{-1}$;
д) $2 \cdot 6^1 + 4 \cdot 6^0 + 3 \cdot 6^{-1} + 1 \cdot 6^{-2} + 4 \cdot 6^{-3}$;
е) $2 \cdot 5^2 + 1 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 + 3 \cdot 5^{-1}$;
ж) $1 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^1 + 3 \cdot 4^0 + 0 \cdot 4^{-1} + 3 \cdot 4^{-2}$;
з) $2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 + 0 \cdot 3^{-1} + 1 \cdot 3^{-2} + 2 \cdot 3^{-3}$;
и) $1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3}$;
к) $A \cdot 16^2 + B \cdot 16^1 + 9 \cdot 16^0 + F \cdot 16^{-1} + E \cdot 16^{-2} + 2 \cdot 16^{-3}$.
2. —
3. —
4. -
5. а) 1001000₍₂₎; б) 10121₍₃₎; в) 2203₍₄₎; г) 3044₍₅₎; д) 1514₍₆₎; е) 1350₍₇₎; ж) 1153₍₈₎;
з) 1083₍₈₎; и) 3BC₍₁₆₎.
6. а) 0,001₍₂₎; б) 0,1(02)₍₃₎; в) 0,331₍₄₎; г) 0,12₍₅₎; д) 0,34₍₆₎;
е) 0,(05303401624321144656)₍₇₎; ж) 0,65₍₈₎; з) 0,(3213856750)₍₉₎; и) 0,2(6)₍₁₆₎.
7. а) 111010011,10101₍₂₎; б) 356,1(6314)₍₈₎; в) 86C,(851EB)₍₁₆₎.
8. -
9. а) 52₍₈₎, 2A₍₁₆₎; б) 155₍₈₎, 6D₍₁₆₎; в) 2735,64₍₈₎, 5DD,D₍₁₆₎; г) 777₍₈₎, 1FF₍₁₆₎.
10. а) 11010101110,0011₍₂₎; б) 1111111101,011010011₍₂₎;
в) 1010101111001101,11101111₍₂₎; г) 1100110110100,100011₍₂₎.
11. 3750₍₁₀₎ → 7246₍₈₎ → 111010100110₍₂₎; 3982₍₁₀₎ → 7616₍₈₎ → 111110001110₍₂₎.
12. 92608,34375₍₁₀₎ → 169C0,58₍₁₆₎ → 1011010011100,01011₍₈₎.
13. 10₍₈₎ → 8₍₁₀₎; 100₍₈₎ → 64₍₁₀₎; 1000₍₈₎ → 512₍₁₀₎; 10000₍₈₎ → 4096₍₁₀₎.
14. 10₍₅₎ → 5₍₁₀₎; 20₍₅₎ → 10₍₁₀₎; 30₍₅₎ → 15₍₁₀₎; 40₍₅₎ → 20₍₁₀₎; 100₍₅₎ → 25₍₁₀₎;
200₍₅₎ → 50₍₁₀₎; 300₍₅₎ → 75₍₁₀₎; 400₍₅₎ → 100₍₁₀₎;
10₍₇₎ → 7₍₁₀₎; 20₍₇₎ → 17₍₁₀₎; 30₍₇₎ → 21₍₁₀₎; 40₍₇₎ → 28₍₁₀₎; 50₍₇₎ → 35₍₁₀₎;
60₍₇₎ → 42₍₁₀₎; 100₍₇₎ → 49₍₁₀₎; 200₍₇₎ → 98₍₁₀₎; 300₍₇₎ → 147₍₁₀₎; 400₍₇₎ → 196₍₁₀₎;
500₍₇₎ → 245₍₁₀₎; 600₍₇₎ → 294₍₁₀₎.
15. а) 13,75; б) $15\frac{5}{9}$; в) 2,8125; г) 3,928; д) $34\frac{5}{9}$; е) $115\frac{11}{49}$; ж) 125,765625;
з) $29\frac{4}{7}$; и) $2591\frac{75}{128} = 2591,5859375$.
16. а) S = 5; б) S = 4; в) S = 4; г) S = 3.
17. —

18. -

19. а) $7241_{(8)}$; б) $1101_{(5)}$; в) $6580_{(16)}$; г) $3207_{(8)}$; д) $307_{(16)}$; е) $1124_{(5)}$;
ж) $895678_{(16)}$; з) $42551_{(7)}$; и) $2402_{(5)}$; к) $7335_{(8)}$; л) $ABC_{(16)}$; м) $3042_{(5)}$;
н) $10000011001_{(2)}$; о) $1101101100_{(2)}$; п) $100001001001111011_{(2)}$; р) $110000011_{(2)}$.

20. $100111_{(2)} + 1001100_{(2)} = 1110011_{(2)}$.

21. $101010_{(2)} : 110_{(2)} = 110_{(2)}$.

22. -

23. а) $1011_{(2)}$; б) $102230_{(4)}$; в) $34,04_{(5)}$; г) $2220_{(7)}$; д) $7428_{(8)}$; е) $5FA_{(16)}$.

24. $1000100011 + 1110011000 + 1[0110111100] = 110111100$.

25. а) $1120_{(3)}$; б) $41_{(6)}$; в) $5518_{(9)}$.

Тест 1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	B	B	A	B	B	B	B	A	B

Тест 2.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	B	B	Г	Б	Г	В	Б	В	В	Б	Б

Раздел 3. Занимательный материал

3.3. Викторина.

- $I \rightarrow 1$, $V \rightarrow 5$, $X \rightarrow 10$, $L \rightarrow 50$, $C \rightarrow 100$, $D \rightarrow 500$, $M \rightarrow 1000$.
- $MDCLXVI \rightarrow 1666$, $MCDXLIV \rightarrow 1444$ - при помощи семи цифр;
 $MMMCMXCIX \rightarrow 3999$ - при помощи римских цифр вообще.
- 2500; CD; MC.
- LXXXIMDCCLXIX.
- $$\begin{array}{r} \text{XXX. I} \\ \text{X. IX} \\ \hline \text{CC. LXX. IX} \\ \text{CCC. X.} \\ \hline \text{D. LXXX. IX} \end{array}$$

7. $544 \times 8 \text{ (см}^2\text{)}$

8. $\begin{array}{ccc} || & || & || \\ || & || & || \end{array}$; $\begin{array}{ccc} || & || & || \\ || & || & || \end{array}$; $\begin{array}{ccc} || & || & || \\ || & || & || \end{array}$; ...

9. В 1846 году.

10. $\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \text{!} \\ \text{!} \\ \text{!} \\ \text{!} \end{array} & \begin{array}{c} \text{!} \\ \text{!} \\ \text{!} \\ \text{!} \end{array} & \begin{array}{c} \text{!} \\ \text{!} \\ \text{!} \\ \text{!} \end{array} \\ \text{60} & + & \text{28.} \end{array}$ $\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \text{!} \\ \text{!} \\ \text{!} \\ \text{!} \end{array} & \begin{array}{c} \text{!} \\ \text{!} \\ \text{!} \\ \text{!} \end{array} & \begin{array}{c} \text{!} \\ \text{!} \\ \text{!} \\ \text{!} \end{array} \\ \text{18} & \times & \text{60} + \text{28.} \end{array}$ $\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \text{!} \\ \text{!} \\ \text{!} \\ \text{!} \end{array} & \begin{array}{c} \text{!} \\ \text{!} \\ \text{!} \\ \text{!} \end{array} & \begin{array}{c} \text{!} \\ \text{!} \\ \text{!} \\ \text{!} \end{array} \\ \text{33} & \times & \text{60} + \text{8.} \end{array}$

11. 2; 3; 23; 29.

12. $\text{III} \equiv (175_{(10)} + 35_{(10)} = 210_{(10)}).$

13. 0.

14. а) Знаменатель при разложении на простые множители не должен содержать других множителей, кроме 2 и 5;

б) Знаменатель не должен содержать простых множителей, отличных от 2.

15. $4+5=10$ и $4 \times 5=22$ в девятеричной системе; $3+4=7$ и $3 \times 4=11$ в одиннадцатеричной системе.

16. $22222_{(3)} \rightarrow 242_{(10)}$; $77777_{(8)} \rightarrow 32767_{(10)}$.

17. $121 = 11^2$; $144 = 12^2$; $441 = 21^2$ во всех системах счисления, где имеются соответствующие цифры.

18. Четное в системах счисления с четным основанием и нечетное в системах счисления с нечетным основанием.

20. Количество единиц, двоек, четверок, восьмерок и т.д.

21. 32 минуты.

22. $123_{(4)} \rightarrow 27_{(10)}$; $123_{(5)} \rightarrow 38_{(10)}$; $123_{(6)} \rightarrow 51_{(10)}$; $123_{(7)} \rightarrow 66_{(10)}$; $123_{(8)} \rightarrow 83_{(10)}$, $123_{(9)} \rightarrow 120_{(10)}$. Число это не может быть написано ни в двоичной, ни в троичной системах, так как содержит цифру 3, которой в этих системах нет. Число это, записанное в пятеричной системе делится на 2, так как сумма его цифр делится на 2; записанное в семеричной системе оно делится на 6, а в девятеричной системе не делится на 4.

23. Например, $123456789_{(10)} \rightarrow 8_{(10)}$.

3.4.1. Головоломка «На единицу меньше».

Значение каждого разряда цифр в двоичной системе счисления всегда равно сумме значений всех предыдущих разрядов плюс единица. Следовательно, чтобы решить эту головоломку, нужно умножить 64 на 2 и вычесть 1.

3.4.2. Загадка «Необыкновенная биография».

Все числа в биографии записаны в троичной системе счисления.

3.4.3. Стихотворение-загадка А. Старикова «Необыкновенная девочка».

Все числительные в стихотворении записаны в двоичной системе счисления.

3.4.4. Ребусы.

а) $\text{МУХА}_{(8)} \rightarrow 2453_{(8)}$; б) $3\text{CE}74_{(16)} + 270\text{DA}_{(16)} + 94\text{C}26_{(16)}$; в) $3276_{(9)} + 4215_{(9)}$; г) $\text{МУХА}_{(7)} \rightarrow 2340_{(7)}$; д) $10581_{(9)} - 8643_{(9)}$; е) $\text{ХОЛ}_{(7)} \rightarrow 2016_{(7)}$; ж) $\text{ПОЛК}_{(9)} \rightarrow 4826_{(9)}$; з) $\text{РЕКА}_{(6)} \rightarrow 1405_{(6)}$; и) $\text{ЕЛЬ}_{(5)} \rightarrow 104_{(5)}$; к) $\text{ДОМ}_{(7)} \rightarrow 216_{(7)}$; л) $\text{ККК}_{(4)} \rightarrow 111_{(4)}$; м) $\text{ООО}_{(6)} \rightarrow 333_{(6)}$; н) $\text{ААА}_{(5)} \rightarrow 222_{(5)}$; о) $\text{ААА}_{(8)} \rightarrow 111_{(8)}$; п) $12_{(3)} + 12_{(3)} = 101_{(3)}$, вероятнее всего 3 пальца.

3.4.5. Кроссворд № 2.

По горизонтали. 1. План. 3. Признак. 4. Пальцы. 6. Ключ. 7. Дюйм. 13. Цифра. 15. Способ. 16. Минута. 17. Масса. 20. Нуль. 22. Моно. 25. Код. 26. Основание. 27. Два. 32. Группа. 33. Египет. 34. Один.

По вертикали. 1. Позиция. 2. Абак. 4. Полином. 5. Лейбниц. 8. Дробь. 9. Китай. 10. Гросс. 11. Наука. 12. Остаток. 14. Таблица. 18. Класс. 19. Фомин. 21. Девять. 23. Удвоение. 24. Единица. 28. Шиллинг. 29. Пример. 30. Разряд. 31. Степень.

Литература

1. Берман Г.И. Число и наука о нем. – М., Физматгиз, 1980.
2. Воробьев Н.Н. Признаки делимости. – 3-е изд. – М., Наука, 1980, с. 31-47. (Популярные лекции по математике).
3. Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. – М., Наука, 1971.
4. Гарднер М. Математические головоломки и развлечения. Пер. с англ. Ю.А. Данилова. Под ред. Я.С. Смородинского. – М., Мир, 1971, с. 347 – 357.
5. Гарднер М. Математические досуги. Пер. с англ. Ю.А. Данилова. Под ред. Я.С. Смородинского. – М., Оникс, 1995, с. 438 – 446.
6. Гарднер М. Математические новеллы. Пер. с англ. Ю.А. Данилова. Под ред. Я.С. Смородинского. – М., Мир, 1974, с. 361 – 375.
7. Гейн А.Г. Информатика 10 – 11. Учебн. для ср. шк. – М., Просвещение, 1991.
8. Глейзер Г.И. История математики в школе: VII – VIII классы. – М., Просвещение, 1982.
9. Игры и развлечения. Кн. I / Сост. Л.М. Фирсова. – М., Молодая гвардия, 1989. – с. 67 – 80.
10. Касаткин В.Н. Новое о системах счисления. – Киев, Вища школа, 1982.
11. Каймин В.А. и др. Информатика 10 – 11. Учебн. для ср. шк. – М., Просвещение, 1989.
12. Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ. – М., Мир, 1974. – Т. 2.
13. Кушниренко А.Г. и др. Информатика 10 – 11. Учебн. для ср. шк. – М., Просвещение, 1990.
14. Лиман М.М. Школьникам о математике и математиках: пособие для учащихся 4 – 8 кл. сред. школы / Сост. М.М. Лиман. – М., Просвещение, 1981. – с. 21 – 23.
15. Лэнгтон Н., Кук Дж., Льюис Дж. В мире математики и калькуляторов: Пер. с англ. – М., Педагогика, 1990.
16. Маслюков О. А. Вычислительная техника и программирование: Учеб. пособие для ПТУ. – 2 изд., перераб. и доп. – М., Высшая школа, 1993, с. 9 – 18.
17. Математика: Комплекты учебников для 1 – классов средней школы.
18. Нагибин Ф.Ф., Канин Е.С. Математическая шкатулка. – М., Просвещение, 1988.
19. Олехин С.Н., Нестеренко Ю.В., Потапов М.К. О старинной русской нумерации / Старинные занимательные задачи. – М., Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1985, с. 151 – 153.
20. Перельман Я.И. Занимательная арифметика. – М., Триада – Литера, 1994, с. 45 – 57.
21. Савин А. Римские, арабские и другие // «Квант», № 12, 1990, с. 32.
22. Урнов В.А., Климов Д.Ю. Преподавание информатики в компьютерном классе: Кн. для учителя: Из опыта работы. – М., Педагогика, 1990.
23. Факультативный курс. Избранные вопросы математики (7 – 8 кл.). – М., Просвещение, 1978, с. 6 – 13.
24. Факультативный курс по математике: Учеб. пособие для 7 – 9 кл. сред. шк. / Сост. И.Л. Никольская. – М., Просвещение, 1991, с. 4 – 33.
25. Фомин С.В. Системы счисления. – 4-е изд. – М., Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1980. (Популярные лекции по математике).
26. Энциклопедический словарь юного математика / Сост. А.П. Савин. – М., Педагогика, 1985. – с. 46 – 52, 274 – 276, 338 – 339.
27. Яглом И.М. Две игры со спичками // «Квант», № 4, 1971.
28. Яглом И.М. Системы счисления // «Квант», № 6, 1970.

Приложение

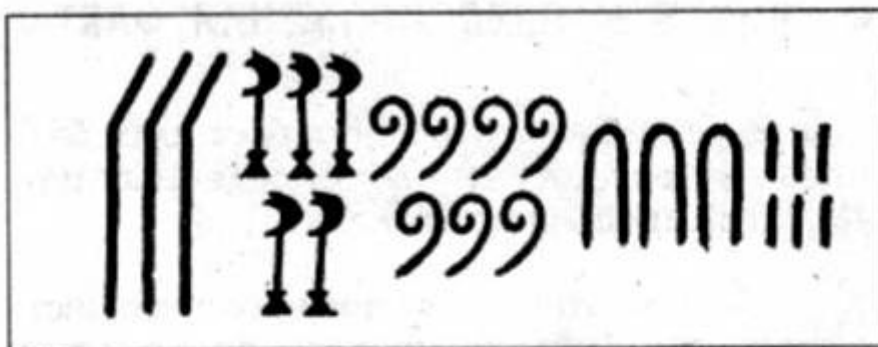
ОБОЗНАЧЕНИЯ ЧИСЕЛ

Современная	Египетская (иероглифич.)	Египетская (иероглифическая)	Вавилонская	Греческая (аттическая)	Греческая (ионическая)	Римская	Древнееврейская	Индейцев майя	Древнекитайская (палочк.)	Древнекит. (иероглифическая)	Индийск. (девангари)	Арабская (алфавит)	Арабская (современная)	Арабская (гобари)
1	I	𐦩	𐤁	Α	Α	I	א	•	一	一	۱	١	۱	۱
2	II	𐦪	𐤂	Β	Β	II	ב	••	二	二	۲	٢	۲	۲
3	III	𐦫	𐤃	Γ	Γ	III	ג	•••	三	三	۳	٣	۳	۳
4	IIII	𐦬	𐤄	Δ	Δ	IIII	ד	••••	四	四	۴	٤	۴	۴
5	𐦭	𐦭	𐤅	Ε	Ε	V	ה	—	五	五	۵	۵	۵	۵
6	𐦮	𐦮	𐤆	Ϝ	Ϝ	VI	ו	—•	六	六	۶	۶	۶	۶
7	𐦯	𐦯	𐤇	Ζ	Ζ	VII	ז	—••	七	七	۷	۷	۷	۷
8	𐦰	𐦰	𐤈	Η	Η	VIII	ח	—•••	八	八	۸	۸	۸	۸
9	𐦱	𐦱	𐤉	Θ	Θ	IX	ט	—••••	九	九	۹	۹	۹	۹
10	𐦲	𐦲	𐤊	Ι	Ι	X	י	==	十	十	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰
20	𐦲𐦲	𐦲𐦲	𐤋	Κ	Κ	XX	כ	—•	二十	二十	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰
30	𐦲𐦲𐦲	𐦲𐦲𐦲	𐤌	Λ	Λ	XXX	ל	—••	三十	三十	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰
40	𐦲𐦲𐦲𐦲	𐦲𐦲𐦲𐦲	𐤍	Μ	Μ	XL	מ	—•••	四十	四十	۴۰	۴۰	۴۰	۴۰
50	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐤎	Ν	Ν	L	נ	—••••	五十	五十	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰
60	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐤏	Ξ	Ξ	LX	ס	—•••••	六十	六十	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰
70	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐤐	Ο	Ο	LXX	ע	—••••••	七十	七十	۷۰	۷۰	۷۰	۷۰
80	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐤑	Π	Π	LXXX	פ	—•••••••	八十	八十	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰
90	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐤒	Ϡ	Ϡ	XC	צ	—••••••••	九十	九十	۹۰	۹۰	۹۰	۹۰
100	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐤓	Ρ	Ρ	C	ק	—•••••••••	百	百	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰
200	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐤔	Σ	Σ	CC	ר	—••••••••••	二百	二百	۲۰۰	۲۰۰	۲۰۰	۲۰۰
300	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐤕	Τ	Τ	CCC	ש	—•••••••••••	三百	三百	۳۰۰	۳۰۰	۳۰۰	۳۰۰
400	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐤖	Υ	Υ	CD	ת	—••••••••••••	四百	四百	۴۰۰	۴۰۰	۴۰۰	۴۰۰
500	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐤗	Φ	Φ	D	י	—•••••••••••••	五百	五百	۵۰۰	۵۰۰	۵۰۰	۵۰۰
600	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐤘	Χ	Χ	DC	כ	—••••••••••••••	六百	六百	۶۰۰	۶۰۰	۶۰۰	۶۰۰
700	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐤙	Ψ	Ψ	DCC	ג	—•••••••••••••••	七百	七百	۷۰۰	۷۰۰	۷۰۰	۷۰۰
800	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐤚	Ω	Ω	DCCC	ד	—••••••••••••••••	八百	八百	۸۰۰	۸۰۰	۸۰۰	۸۰۰
900	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲𐦲	𐤛	Α	Α	CM	ה	—•••••••••••••••••	九百	九百	۹۰۰	۹۰۰	۹۰۰	۹۰۰

Древнеславянская система счисления

«Малые» числа				«Великие» числа
1	ⱁ	21	ⱂⱁ	1000 ⱂⱁ тысяча
2	ⱃ	22	ⱂⱃ	2000 ⱂⱃ
3	ⱄ	23	ⱂⱄ	3000 ⱂⱄ
4	ⱅ	24	ⱂⱅ	4000 ⱂⱅ
5	ⱆ	30	ⱂⱆ	10 000 ⱂⱆ тьма
6	ⱇ	40	ⱂⱇ	20 000 ⱂⱇ
7	ⱈ	50	ⱂⱈ	100 000 ⱂⱈ легион
8	ⱉ	60	ⱂⱉ	200 000 ⱂⱉ
9	ⱊ	70	ⱂⱊ	1 000 000 ⱂⱊ леондр
10	ⱋ	80	ⱂⱋ	2 000 000 ⱂⱋ
11	ⱌ	90	ⱂⱌ или ⱂⱍ	
12	ⱎ	100	ⱂⱎ	
13	ⱏ	200	ⱂⱏ	
14	ⱐ	300	ⱂⱐ	
15	ⱑ	400	ⱂⱑ	
16	ⱒ	500	ⱂⱒ	
17	ⱓ	600	ⱂⱓ	
18	ⱔ	700	ⱂⱔ	
19	ⱕ	800	ⱂⱕ	
20	ⱖ	900	ⱂⱖ	

Система счисления Древнего Египта



Египетскими иероглифами записано число 35 736.

$\frac{1}{2}$						
$\frac{1}{3}$						
$\frac{2}{3}$						
$\frac{1}{4}$						
$\frac{3}{4}$				$\frac{2}{3} \frac{1}{12}$	$\frac{2}{3} \frac{1}{12}$	$\frac{2}{3} \frac{1}{12}$
$\frac{1}{6}$						
$\frac{5}{6}$				$\frac{2}{3} \frac{1}{6}$		
	древнее царство	новое царство	позднейшее время	древнее	новое	демотическое письмо
	иероглифическое письмо			иератическое письмо		

В разное время дроби в Египте записывали по-разному.

*Обозначение чисел
у индейцев племени майя.*

0 				
1 	11 	21 	40 	360 
2 	12 	22 	50 	361 
3 	13 	23 	60 	400 
4 	14 	24 	70 	500 
5 	15 	25 	80 	719 
6 	16 	26 	90 	720 
7 	17 	27 	100 	721 
8 	18 	28 	200 	1000 
9 	19 	29 	300 	7200 
10 	20 	30 	359 	10 000 

Цифры «губар»

Цифры «губар»	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
XII век	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1197 год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1275 год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
ок. 1294 года	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1303 год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1360 год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1442 год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

ТАБЛИЦА СТЕПЕНЕЙ ЧИСЛА 2

p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2^p	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096

ТАБЛИЦА АЛФАВИТОВ ПОЗИЦИОННЫХ СИСТЕМ СЧИСЛЕНИЯ

Основание	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16
Алфавит	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		2	2	2	2	2	2	2	2	2
			3	3	3	3	3	3	3	3
				4	4	4	4	4	4	4
					5	5	5	5	5	5
						6	6	6	6	6
							7	7	7	7
								8	8	8
									9	9

+	0	1
0	0	1
1	1	10

Таблица сложения
в двоичной
системе счисления

×	0	1
0	0	0
1	0	1

Таблица умножения
в двоичной
системе счисления

A	(10)
B	(11)
C	(12)
D	(13)
E	(14)
F	(15)

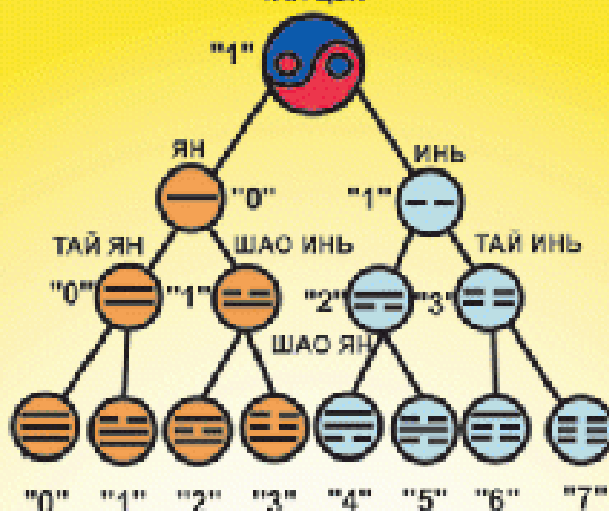
ТАБЛИЦА СООТВЕТСТВИЯ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

X_{10}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
X_{16}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
X_8	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17	20
X_2	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111	10000

Позиционные системы счисления И-ЦЗИН

ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ И-ЦЗИН

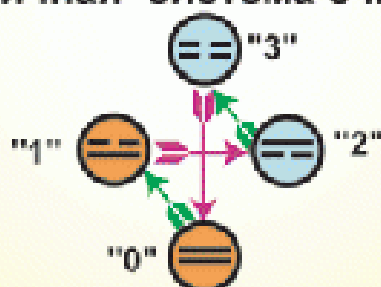
ВЕЛИКИЙ ПРЕДЕЛ
ТАЙ ЦЗИ



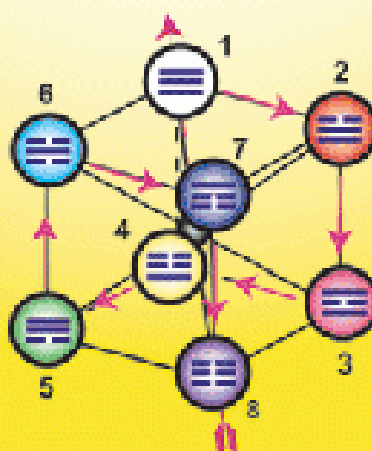
Двоичная система счисления



Четверичная система счисления



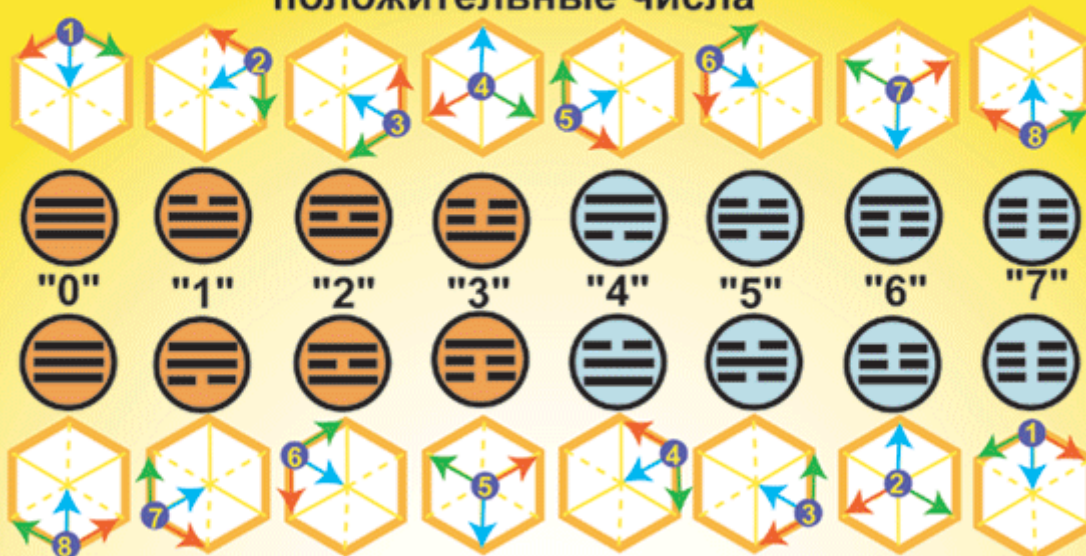
Восьмеричная система счисления



ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ И-ЦЗИН

Восьмеричная система счисления

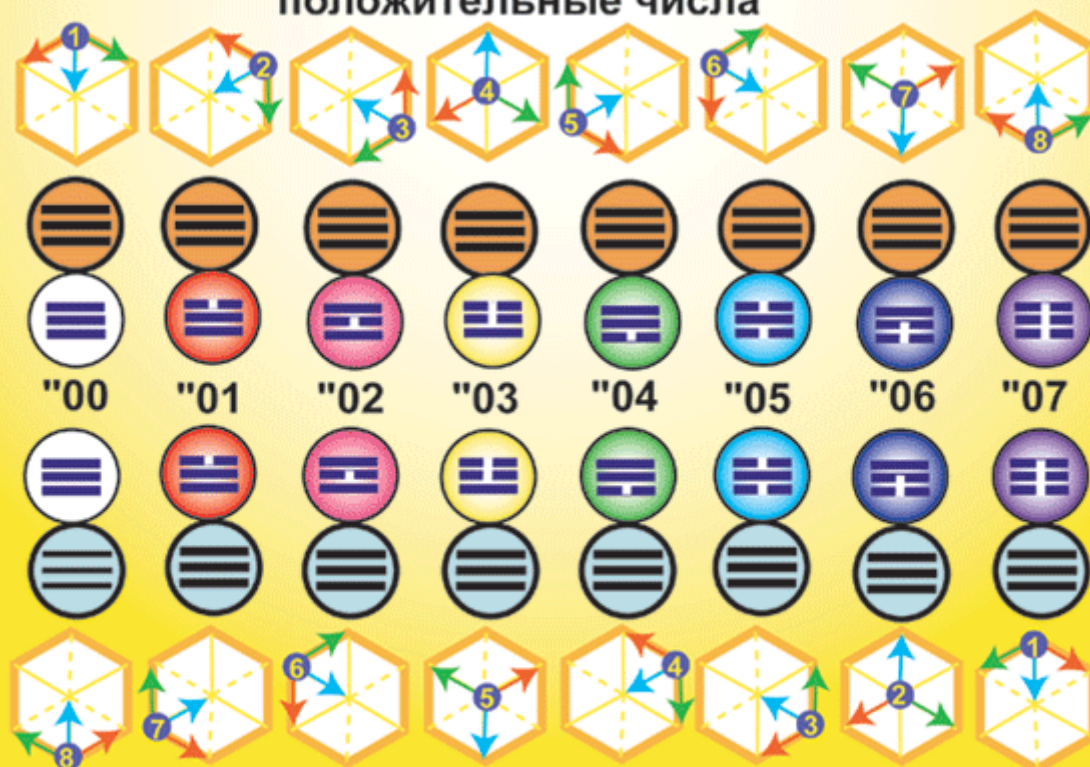
положительные числа



отрицательные числа

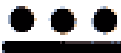
Шестнадцатеричная система счисления

положительные числа



отрицательные числа

Двадцатеричная система счисления

 0	 1	 2	 3	 4
 5	 6	 7	 8	 9
 10	 11	 12	 13	 14
 15	 16	 17	 18	 19

 = 20	 = 80
 +  = 21;	 +  = 84;
 = 1	 = 4

 = 20	 = 100
 +  = 22;	 +  = 101;
 = 2	 = 1

 = 40	 = 120
 +  = 41;	 +  = 126;
 = 1	 = 6

 = 40	 = 240
 +  = 45;	 +  = 256;
 = 5	 = 16

 = 60	 = 340
 +  = 61;	 +  = 359..
 = 1	 = 19